

回転群の基底テンソル

[要点]

テンソル成分は、テンソルを定義する系が属する対称群の基底をなすような線形結合の組に分けることによって、互いに独立な組合せになる。そして、点群（及びその拡張版である置換・反転群）の対称操作は、座標の回転操作あるいは回転操作と反転操作の積で表せる。球対称群（任意の座標回転を対称操作とする群）の基底は、点群の基底にもなるのである（一般の点群での対称操作は特定の回転になるので、前者の基底が独立でなくなることはあるが）。即ち、別ファイルで示す変換行列と併用することによって、点群一般での基底とその変換特性（既約表現）を導き出す上で、球対称群の基底は有用性を発揮する。

1次元から4次元までのテンソルについて、球対称群（任意の回転に対して対称な群）の基底とデカルト座標成分の関係を示す。

基底は $T_{mb}^{(n)}$, $T_{ma}^{(n)}$, または $T_0^{(n)}$ と表すが、右肩にカッコで示す数字は階数を表し、左肩に*を付けたものは、xz面での鏡映に対して ($T_{mb}^{(n)}$, $T_{ma}^{(n)}$, $T_0^{(n)}$) の変換が (x, y, z) の変換と逆符号になるものである。後に具体的に記すが、反転、鏡映または回映を含む系の基底の中には、回転操作に対しては通常のベクトルの変換性と良い対応を持つ一方で、反転、鏡映、または回映に対しては逆符号になる（変換係数の符号が反転する）基底が存在する。数学の言葉で記すと、*印を付けたテンソルの変換行列と、同じ階数で*印が付かないテンソル — 次数が1だけ違うテンソル — の変換行列は、互いに他方の余因子行列を転置したもの、即ち、逆行列の転置行列に行列式（ユニタリー行列だから ± 1 ）を倍数したものになっている、ということである。

右下の数字及び記号は、(1) オイラー角 (χ, θ, ϕ) による座標回転に対するテンソル成分間の変換行列において、対角要素には $\cos(n\theta)\cos(m\chi)\cos(m\phi)$ または $\cos(n\theta)\sin(m\chi)\sin(m\phi)$, (n はテンソルの階数で右肩に示す数字である、 $m = 0, 1, 2, \dots, n$) が含まれる。この時の m を具体的な数字で示し、 $\cos(n\theta)\cos(m\chi)\cos(m\phi)$ のものには添え字 b を、 $\cos(n\theta)\sin(m\chi)\sin(m\phi)$ のものには添え字 a を付ける。Landau の量子力学の教科書（群論）にならって $T_{mb}^{(n)} \pm iT_{ma}^{(n)}$ を基底にすると、z軸まわりの角度 χ による回転に対する変換行列が行列要素を $\exp(\pm im\chi)$ とする対角行列になる。

$\cos(n\theta)$ だけを含む対角要素は1個だけ存在するが、このときには $m = 0$ で添字 a, b は付けない。但し、以後で考えるテンソルは、0次元テンソルがスカラーに、1次元テンソルが座標ベクトル（極性ベクトル）にそれぞれ対応して、高次元テンソルはこのような1次元テンソルのテンソル積として組み立てられるものに限る。（共変テンソル、反変テンソルというものがあるが、詳しいことを忘れたのでここで記すこととの関連は良くわからない。）

すべての基底は対称種の1個の既約表現である。

既約表現に2重縮重（まで）を持つ対称種で、(x, y) を縮重表現の基底に取る場合には、 $T_0^{(n)}$ は縮重のない1次元表現になる。また、z軸まわりに n 回の回転対称がある場合には、 m が n の整数倍になるときは $T_{mb}^{(n)}$, $T_{ma}^{(n)}$, $*T_{mb}^{(n)}$, および $*T_{ma}^{(n)}$ が1次元表現の基底になり、それ以外の ($T_{mb}^{(n)}$, $T_{ma}^{(n)}$) と ($*T_{mb}^{(n)}$, $*T_{ma}^{(n)}$) が2重縮重表現の基底になる。

1次元テンソル (1階のみ)

$$V_{1b} = V_x, \quad V_{1a} = V_y, \quad V_0 = V_z$$

行列形式で表すと、

	V_x	V_y	V_z
$V_{1b}^{(1)}$	+1	0	0
$V_{1a}^{(1)}$	0	+1	0
$V_0^{(1)}$	0	0	+1

2次元テンソル (0, 1, 2階)

$$D_0^{(0)} = (1/\sqrt{3})(D_{xx} + D_{yy} + D_{zz})$$

$$*D_{1b}^{(1)} = (1/\sqrt{2})(D_{yz} - D_{zy}), \quad *D_{1a}^{(1)} = (1/\sqrt{2})(D_{zx} - D_{xz}), \quad *D_0^{(1)} = (1/\sqrt{2})(D_{yz} - D_{zy})$$

$$D_{2b}^{(2)} = (1/\sqrt{2})(D_{xx} - D_{yy}), \quad D_{2a}^{(2)} = (1/\sqrt{2})(D_{xy} + D_{yx}), \quad D_{1b}^{(2)} = (1/\sqrt{2})(D_{zx} + D_{xz}), \quad D_{1a}^{(2)} = (1/\sqrt{2})(D_{yz} + D_{zy}),$$

$$D_0^{(2)} = (1/\sqrt{6})(-D_{xx} - D_{yy} + 2D_{zz})$$

行列形式で表すと、

	D_{xx}	D_{yy}	D_{zz}
$D_0^{(0)}$	$+1/\sqrt{3}$	$+1/\sqrt{3}$	$+1/\sqrt{3}$
$D_{2b}^{(2)}$	$+1/\sqrt{2}$	$1/\sqrt{2}$	0
$D_0^{(2)}$	$-1/\sqrt{6}$	$-1/\sqrt{6}$	$+2/\sqrt{6}$

	$D_{yz}/D_{zx}/D_{xy}$	$D_{zy}/D_{xz}/D_{yx}$
$D_{1b}^{(1)}/D_{1a}^{(1)}/D_0^{(2)}$	$+1/\sqrt{2}$	$-1/\sqrt{2}$
$D_{1a}^{(2)}/D_{1b}^{(2)}/D_{2a}^{(2)}$	$+1/\sqrt{2}$	$+1/\sqrt{2}$

3次元テンソル (0, 1, 2, 3階)

(線形結合を作る時に混じり合う 4 個のサブグループについて、表形式で示す。)

(グループ 1)

	Y_{xvz}	Y_{zxy}	Y_{vzx}	Y_{vzx}	Y_{zvx}	Y_{xzy}
$*Y_{0}^{(0)}$	$+1/\sqrt{6}$	$+1/\sqrt{6}$	$+1/\sqrt{6}$	$-1/\sqrt{6}$	$-1/\sqrt{6}$	$-1/\sqrt{6}$
$*Y_{0,1}^{(2)}$	$+1/2\sqrt{3}$	$+1/2\sqrt{3}$	$-2/2\sqrt{3}$	$-1/2\sqrt{3}$	$-1/2\sqrt{3}$	$+2/2\sqrt{3}$
$*Y_{0,2}^{(2)}$	$-1/2$	$+1/2$	0	$+1/2$	$-1/2$	0
$*Y_{2b,1}^{(2)}$	$+1/2$	$-1/2$	0	$+1/2$	$-1/2$	0
$*Y_{2b,2}^{(2)}$	$+1/2\sqrt{3}$	$+1/2\sqrt{3}$	$-2/2\sqrt{3}$	$+1/2\sqrt{3}$	$+1/2\sqrt{3}$	$-2/2\sqrt{3}$
$Y_{2a}^{(3)}$	$+1/\sqrt{6}$	$+1/\sqrt{6}$	$+1/\sqrt{6}$	$+1/\sqrt{6}$	$+1/\sqrt{6}$	$+1/\sqrt{6}$

(グループ 2)

	Y_{xxx}	Y_{vvy}	Y_{zzx}	Y_{xvy}	Y_{xzz}	Y_{vxy}	Y_{zzz}
$Y_{1b,1}^{(1)}$	$+2/2\sqrt{2}$	$+1/2\sqrt{2}$	$+1/2\sqrt{2}$	$+1/2\sqrt{2}$	$+1/2\sqrt{2}$	0	0
$Y_{1b,2}^{(1)}$	0	$-1/2$	$-1/2$	$+1/2$	$+1/2$	0	0
$Y_{1b,3}^{(1)}$	$+2/2\sqrt{10}$	$-1/2\sqrt{10}$	$-1/2\sqrt{10}$	$-1/2\sqrt{10}$	$-1/2\sqrt{10}$	$+4/2\sqrt{10}$	$+4/2\sqrt{10}$
$*Y_{1a,1}^{(2)}$	0	$-1/2$	$+1/2$	$+1/2$	$-1/2$	0	0
$*Y_{1a,2}^{(2)}$	0	$-1/2\sqrt{3}$	$+1/2\sqrt{3}$	$-1/2\sqrt{3}$	$+1/2\sqrt{3}$	$+2/2\sqrt{3}$	$-2/2\sqrt{3}$
$Y_{1b}^{(3)}$	$-3/2\sqrt{15}$	$-1/2\sqrt{15}$	$+4/2\sqrt{15}$	$-1/2\sqrt{15}$	$+4/2\sqrt{15}$	$-1/2\sqrt{15}$	$+4/2\sqrt{15}$
$Y_{3b}^{(3)}$	$-1/2$	$+1/2$	0	$+1/2$	0	$+1/2$	0

(グループ 3)

	Y_{vvy}	Y_{xxy}	Y_{zzy}	Y_{vxx}	Y_{vzz}	Y_{xvx}	Y_{zvx}
$Y^{(1)}_{1a,1}$	$+2/2\sqrt{2}$	$+1/2\sqrt{2}$	$+1/2\sqrt{2}$	$+1/2\sqrt{2}$	$+1/2\sqrt{2}$	0	0
$Y^{(1)}_{1a,2}$	0	-1/2	-1/2	+1/2	+1/2	0	0
$Y^{(1)}_{1a,3}$	$+2/2\sqrt{10}$	$-1/2\sqrt{10}$	$-1/2\sqrt{10}$	$-1/2\sqrt{10}$	$-1/2\sqrt{10}$	$+4/2\sqrt{10}$	$+4/2\sqrt{10}$
* $Y^{(2)}_{1b,1}$	0	+1/2	-1/2	-1/2	+1/2	0	0
* $Y^{(2)}_{1b,2}$	0	$+1/2\sqrt{3}$	$-1/2\sqrt{3}$	$+1/2\sqrt{3}$	$-1/2\sqrt{3}$	$-2/2\sqrt{3}$	$+2/2\sqrt{3}$
$Y^{(3)}_{1a}$	$-3/2\sqrt{15}$	$-1/2\sqrt{15}$	$+4/2\sqrt{15}$	$-1/2\sqrt{15}$	$+4/2\sqrt{15}$	$-1/2\sqrt{15}$	$+4/2\sqrt{15}$
$Y^{(3)}_{3a}$	-1/2	+1/2	0	+1/2	0	+1/2	0

(グループ 4)

	Y_{zzz}	Y_{xxz}	Y_{vyz}	Y_{zxx}	Y_{zvy}	Y_{zvx}	Y_{vzy}
$Y^{(1)}_{0,1}$	$+2/2\sqrt{2}$	$+1/2\sqrt{2}$	$+1/2\sqrt{2}$	$+1/2\sqrt{2}$	$+1/2\sqrt{2}$	0	0
$Y^{(1)}_{0,2}$	0	-1/2	-1/2	+1/2	+1/2	0	0
$Y^{(1)}_{0,3}$	$+2/2\sqrt{10}$	$-1/2\sqrt{10}$	$-1/2\sqrt{10}$	$-1/2\sqrt{10}$	$-1/2\sqrt{10}$	$+4/2\sqrt{10}$	$+4/2\sqrt{10}$
* $Y^{(2)}_{2a,1}$	0	-1/2	+1/2	+1/2	-1/2	0	0
* $Y^{(2)}_{2a,2}$	0	$-1/2\sqrt{3}$	$+1/2\sqrt{3}$	$-1/2\sqrt{3}$	$+1/2\sqrt{3}$	$+2/2\sqrt{3}$	$-2/2\sqrt{3}$
$Y^{(3)}_0$	$-2/\sqrt{10}$	$+1/\sqrt{10}$	$+1/\sqrt{10}$	$+1/\sqrt{10}$	$+1/\sqrt{10}$	$+1/\sqrt{10}$	$+1/\sqrt{10}$
$Y^{(3)}_{2b}$	0	$-1/\sqrt{6}$	$+1/\sqrt{6}$	$-1/\sqrt{6}$	$+1/\sqrt{6}$	$-1/\sqrt{6}$	$+1/\sqrt{6}$

球対称群の基底として同じ変換性を持つもののセットが複数個存在するので、右下付きに加えた数字は、そのサブグループに付けた番号である。この番号が同じもの同士が球対称群の既約表現の基底としての組を構成する。

4次元テンソル (0, 1, 2, 3, 4 階) 右下付きでは、前ページで記したことにそれぞれの基底が作られるもとなるセット ($T^{(1)}T^{(1)}$ など) を加味してある
(グループ 1-1)

	W_{xxxv}	W_{vxyv}	W_{zzxy}	W_{xvxx}	W_{xvvy}	W_{xvzz}	W_{xxvx}	W_{vvyx}	W_{zzvx}	W_{vxxx}	W_{vxyv}	W_{vxzz}
$*W^{(1)}_{0,1}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$*W^{(1)}_{0,2}$	$-2/2\sqrt{10}$	$+2/2\sqrt{10}$	0	$+2/2\sqrt{10}$	$-2/2\sqrt{10}$	0	$-2/2\sqrt{10}$	$+2/2\sqrt{10}$	0	$+2/2\sqrt{10}$	$-2/2\sqrt{10}$	0
$*W^{(1)}_{0,3}$	$+1/2\sqrt{3}$	$+1/2\sqrt{3}$	$+1/2\sqrt{3}$	$+1/2\sqrt{3}$	$+1/2\sqrt{3}$	$+1/2\sqrt{3}$	$-1/2\sqrt{3}$	$-1/2\sqrt{3}$	$-1/2\sqrt{3}$	$-1/2\sqrt{3}$	$-1/2\sqrt{3}$	$-1/2\sqrt{3}$
$*W^{(1)}_{0,4}$	$+1/2\sqrt{3}$	$+1/2\sqrt{3}$	$+1/2\sqrt{3}$	$-1/2\sqrt{3}$	$-1/2\sqrt{3}$	$-1/2\sqrt{3}$	$-1/2\sqrt{3}$	$-1/2\sqrt{3}$	$-1/2\sqrt{3}$	$+1/2\sqrt{3}$	$+1/2\sqrt{3}$	$+1/2\sqrt{3}$
$*W^{(1)}_{0,5}$	$-1/2\sqrt{15}$	$-1/2\sqrt{15}$	$+2/2\sqrt{15}$	$-1/2\sqrt{15}$	$-1/2\sqrt{15}$	$+2/2\sqrt{15}$	$+1/2\sqrt{15}$	$+1/2\sqrt{15}$	$-2/2\sqrt{15}$	$+1/2\sqrt{15}$	$+1/2\sqrt{15}$	$-2/2\sqrt{15}$
$*W^{(1)}_{0,6}$	$+1/2\sqrt{15}$	$+1/2\sqrt{15}$	$-2/2\sqrt{15}$	$-1/2\sqrt{15}$	$-1/2\sqrt{15}$	$+2/2\sqrt{15}$	$-1/2\sqrt{15}$	$-1/2\sqrt{15}$	$+2/2\sqrt{15}$	$+1/2\sqrt{15}$	$+1/2\sqrt{15}$	$-2/2\sqrt{15}$
$W^{(2)}_{2a,1}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$W^{(2)}_{2a,2}$	$-2/2\sqrt{42}$	$-2/2\sqrt{42}$	$+4/2\sqrt{42}$	$-2/2\sqrt{42}$	$-2/2\sqrt{42}$	$+4/2\sqrt{42}$	$-2/2\sqrt{42}$	$-2/2\sqrt{42}$	$+4/2\sqrt{42}$	$-2/2\sqrt{42}$	$-2/2\sqrt{42}$	$+4/2\sqrt{42}$
$W^{(2)}_{2a,3}$	$+1/2\sqrt{3}$	$+1/2\sqrt{3}$	$+1/2\sqrt{3}$	$+1/2\sqrt{3}$	$+1/2\sqrt{3}$	$+1/2\sqrt{3}$	$+1/2\sqrt{3}$	$+1/2\sqrt{3}$	$+1/2\sqrt{3}$	$+1/2\sqrt{3}$	$+1/2\sqrt{3}$	$+1/2\sqrt{3}$
$W^{(2)}_{2a,4}$	$+1/2\sqrt{3}$	$+1/2\sqrt{3}$	$+1/2\sqrt{3}$	$-1/2\sqrt{3}$	$-1/2\sqrt{3}$	$-1/2\sqrt{3}$	$+1/2\sqrt{3}$	$+1/2\sqrt{3}$	$+1/2\sqrt{3}$	$-1/2\sqrt{3}$	$-1/2\sqrt{3}$	$-1/2\sqrt{3}$
$W^{(2)}_{2a,5}$	$+1/2\sqrt{3}$	$-1/2\sqrt{3}$	0	$+1/2\sqrt{3}$	$-1/2\sqrt{3}$	0	$-1/2\sqrt{3}$	$+1/2\sqrt{3}$	0	$-1/2\sqrt{3}$	$+1/2\sqrt{3}$	0
$W^{(2)}_{2a,6}$	$-1/2\sqrt{3}$	$+1/2\sqrt{3}$	0	$+1/2\sqrt{3}$	$-1/2\sqrt{3}$	0	$+1/2\sqrt{3}$	$-1/2\sqrt{3}$	0	$-1/2\sqrt{3}$	$+1/2\sqrt{3}$	0
$*W^{(3)}_{2b,1}$	$-1/2\sqrt{6}$	$-1/2\sqrt{6}$	$+2/2\sqrt{6}$	$+1/2\sqrt{6}$	$+1/2\sqrt{6}$	$-2/2\sqrt{6}$	$-1/2\sqrt{6}$	$-1/2\sqrt{6}$	$+2/2\sqrt{6}$	$+1/2\sqrt{6}$	$+1/2\sqrt{6}$	$-2/2\sqrt{6}$
$*W^{(3)}_{2b,2}$	$-1/2\sqrt{6}$	$+1/2\sqrt{6}$	0	$-1/2\sqrt{6}$	$+1/2\sqrt{6}$	0	$+1/2\sqrt{6}$	$-1/2\sqrt{6}$	0	$+1/2\sqrt{6}$	$-1/2\sqrt{6}$	0
$*W^{(3)}_{2b,3}$	$+1/2\sqrt{6}$	$-1/2\sqrt{6}$	0	$-1/2\sqrt{6}$	$+1/2\sqrt{6}$	0	$-1/2\sqrt{6}$	$+1/2\sqrt{6}$	0	$+1/2\sqrt{6}$	$-1/2\sqrt{6}$	0
$*W^{(3)}_{0,1}$	$+1/2\sqrt{10}$	$-1/2\sqrt{10}$	0	$-1/2\sqrt{10}$	$+1/2\sqrt{10}$	0	$+1/2\sqrt{10}$	$-1/2\sqrt{10}$	0	$-1/2\sqrt{10}$	$+1/2\sqrt{10}$	0
$*W^{(3)}_{0,2}$	$+1/2\sqrt{10}$	$+1/2\sqrt{10}$	$-2/2\sqrt{10}$	$+1/2\sqrt{10}$	$+1/2\sqrt{10}$	$-2/2\sqrt{10}$	$-1/2\sqrt{10}$	$-1/2\sqrt{10}$	$+2/2\sqrt{10}$	$-1/2\sqrt{10}$	$-1/2\sqrt{10}$	$+2/2\sqrt{10}$
$*W^{(3)}_{0,3}$	$-1/2\sqrt{10}$	$-1/2\sqrt{10}$	$+2/2\sqrt{10}$	$+1/2\sqrt{10}$	$+1/2\sqrt{10}$	$-2/2\sqrt{10}$	$+1/2\sqrt{10}$	$+1/2\sqrt{10}$	$-2/2\sqrt{10}$	$-1/2\sqrt{10}$	$-1/2\sqrt{10}$	$+2/2\sqrt{10}$
$W^{(4)}_{4a}$	$+1/2\sqrt{2}$	$-1/2\sqrt{2}$	0	$+1/2\sqrt{2}$	$-1/2\sqrt{2}$	0	$+1/2\sqrt{2}$	$-1/2\sqrt{2}$	0	$+1/2\sqrt{2}$	$-1/2\sqrt{2}$	0
$W^{(4)}_{2a}$	$-1/2\sqrt{14}$	$-1/2\sqrt{14}$	$+2/2\sqrt{14}$	$-1/2\sqrt{14}$	$-1/2\sqrt{14}$	$+2/2\sqrt{14}$	$-1/2\sqrt{14}$	$-1/2\sqrt{14}$	$+2/2\sqrt{14}$	$-1/2\sqrt{14}$	$-1/2\sqrt{14}$	$+2/2\sqrt{14}$

(グループ 1-2)

	W_{xzyz}	W_{zyxz}	W_{yzzx}	W_{zyxz}	W_{xzyz}	W_{xzyz}	W_{yzzx}	W_{zyxz}
$*W_{0,1}^{(1)}$	$-1/2\sqrt{2}$	$-1/2\sqrt{2}$	$+1/2\sqrt{2}$	$+1/2\sqrt{2}$	$+1/2\sqrt{2}$	$+1/2\sqrt{2}$	$-1/2\sqrt{2}$	$-1/2\sqrt{2}$
$*W_{0,2}^{(1)}$	$-1/2\sqrt{10}$	$-1/2\sqrt{10}$	$+1/2\sqrt{10}$	$+2/2\sqrt{10}$	$-1/2\sqrt{10}$	$-1/2\sqrt{10}$	$+1/2\sqrt{10}$	$+1/2\sqrt{10}$
$*W_{0,3}^{(1)}$	0	0	0	0	0	0	0	0
$*W_{0,4}^{(1)}$	0	0	0	0	0	0	0	0
$*W_{0,5}^{(1)}$	$-3/2\sqrt{15}$	$+3/2\sqrt{15}$	$+3/2\sqrt{15}$	$-3/2\sqrt{15}$	0	0	0	0
$*W_{0,6}^{(1)}$	0	0	0	0	$-3/2\sqrt{15}$	$+3/2\sqrt{15}$	$+3/2\sqrt{15}$	$-3/2\sqrt{15}$
$W_{2a,1}^{(2)}$	$+1/2\sqrt{2}$	$+1/2\sqrt{2}$	$+1/2\sqrt{2}$	$+1/2\sqrt{2}$	$-1/2\sqrt{2}$	$-1/2\sqrt{2}$	$-1/2\sqrt{2}$	$-1/2\sqrt{2}$
$W_{2a,2}^{(2)}$	$-3/2\sqrt{42}$	$-3/2\sqrt{42}$	$-3/2\sqrt{42}$	$-3/2\sqrt{42}$	$-3/2\sqrt{42}$	$-3/2\sqrt{42}$	$-3/2\sqrt{42}$	$-3/2\sqrt{42}$
$W_{2a,3}^{(2)}$	0	0	0	0	0	0	0	0
$W_{2a,4}^{(2)}$	0	0	0	0	0	0	0	0
$W_{2a,5}^{(2)}$	0	0	0	0	$-1/2\sqrt{3}$	$+1/2\sqrt{3}$	$-1/2\sqrt{3}$	$+1/2\sqrt{3}$
$W_{2a,6}^{(2)}$	$-1/2\sqrt{3}$	$+1/2\sqrt{3}$	$-1/2\sqrt{3}$	$+1/2\sqrt{3}$	0	0	0	0
$*W_{2b,1}^{(3)}$	0	0	0	0	0	0	0	0
$*W_{2b,2}^{(3)}$	0	0	0	0	$-2/2\sqrt{6}$	$+2/2\sqrt{6}$	$-2/2\sqrt{6}$	$+2/2\sqrt{6}$
$*W_{2b,3}^{(3)}$	$-2/2\sqrt{6}$	$+2/2\sqrt{6}$	$-2/2\sqrt{6}$	$+2/2\sqrt{6}$	0	0	0	0
$*W_{0,1}^{(3)}$	$-2/2\sqrt{10}$	$-2/2\sqrt{10}$	$+2/2\sqrt{10}$	$+2/2\sqrt{10}$	$-2/2\sqrt{10}$	$-2/2\sqrt{10}$	$+2/2\sqrt{10}$	$+2/2\sqrt{10}$
$*W_{0,2}^{(3)}$	$-2/2\sqrt{10}$	$+2/2\sqrt{10}$	$+2/2\sqrt{10}$	$-2/2\sqrt{10}$	0	0	0	0
$*W_{0,3}^{(3)}$	0	0	0	0	$-2/2\sqrt{10}$	$+2/2\sqrt{10}$	$+2/2\sqrt{10}$	$-2/2\sqrt{10}$
$W_{4a}^{(4)}$	0	0	0	0	0	0	0	0
$W_{2a}^{(4)}$	$+2/2\sqrt{14}$	$+2/2\sqrt{14}$	$+2/2\sqrt{14}$	$+2/2\sqrt{14}$	$+2/2\sqrt{14}$	$+2/2\sqrt{14}$	$+2/2\sqrt{14}$	$+2/2\sqrt{14}$

(グループ 2-1)

	W_{xxyz}	W_{yyyz}	W_{zzyz}	W_{vzxx}	W_{vzvy}	W_{vzvv}	W_{xxzy}	W_{yyzy}	W_{zzzy}	W_{zvxv}	W_{zvyv}	W_{zvzv}
$*W_{1b,1}^{(1)}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$*W_{1b,2}^{(1)}$	0	$-2/2\sqrt{10}$	$+2/2\sqrt{10}$	0	$+2/2\sqrt{10}$	$-2/2\sqrt{10}$	0	$-2/2\sqrt{10}$	$+2/2\sqrt{10}$	0	$+2/2\sqrt{10}$	$-2/2\sqrt{10}$
$*W_{1b,3}^{(1)}$	$+1/2\sqrt{3}$	$+1/2\sqrt{3}$	$+1/2\sqrt{3}$	$+1/2\sqrt{3}$	$+1/2\sqrt{3}$	$+1/2\sqrt{3}$	$-1/2\sqrt{3}$	$-1/2\sqrt{3}$	$-1/2\sqrt{3}$	$-1/2\sqrt{3}$	$-1/2\sqrt{3}$	$-1/2\sqrt{3}$
$*W_{1b,4}^{(1)}$	$+1/2\sqrt{3}$	$+1/2\sqrt{3}$	$+1/2\sqrt{3}$	$-1/2\sqrt{3}$	$-1/2\sqrt{3}$	$-1/2\sqrt{3}$	$-1/2\sqrt{3}$	$-1/2\sqrt{3}$	$-1/2\sqrt{3}$	$+1/2\sqrt{3}$	$+1/2\sqrt{3}$	$+1/2\sqrt{3}$
$*W_{1b,5}^{(1)}$	$+2/2\sqrt{15}$	$-1/2\sqrt{15}$	$-1/2\sqrt{15}$	$+2/2\sqrt{15}$	$-1/2\sqrt{15}$	$-1/2\sqrt{15}$	$-2/2\sqrt{15}$	$+1/2\sqrt{15}$	$+1/2\sqrt{15}$	$-2/2\sqrt{15}$	$+1/2\sqrt{15}$	$+1/2\sqrt{15}$
$*W_{1b,6}^{(1)}$	$-2/2\sqrt{15}$	$+1/2\sqrt{15}$	$+1/2\sqrt{15}$	$+2/2\sqrt{15}$	$-1/2\sqrt{15}$	$-1/2\sqrt{15}$	$+2/2\sqrt{15}$	$-1/2\sqrt{15}$	$-1/2\sqrt{15}$	$-2/2\sqrt{15}$	$+1/2\sqrt{15}$	$+1/2\sqrt{15}$
$W_{1a,1}^{(2)}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$W_{1a,2}^{(2)}$	$-2/2\sqrt{42}$	$+4/2\sqrt{42}$	$-2/2\sqrt{42}$	$+4/2\sqrt{42}$	$-2/2\sqrt{42}$	$-2/2\sqrt{42}$	$-2/2\sqrt{42}$	$+4/2\sqrt{42}$	$-2/2\sqrt{42}$	$+4/2\sqrt{42}$	$-2/2\sqrt{42}$	$-2/2\sqrt{42}$
$W_{1a,3}^{(2)}$	$+1/2\sqrt{3}$	$+1/2\sqrt{3}$	$+1/2\sqrt{3}$	$+1/2\sqrt{3}$	$+1/2\sqrt{3}$	$+1/2\sqrt{3}$	$+1/2\sqrt{3}$	$+1/2\sqrt{3}$	$+1/2\sqrt{3}$	$+1/2\sqrt{3}$	$+1/2\sqrt{3}$	$+1/2\sqrt{3}$
$W_{1a,4}^{(2)}$	$+1/2\sqrt{3}$	$+1/2\sqrt{3}$	$+1/2\sqrt{3}$	$-1/2\sqrt{3}$	$-1/2\sqrt{3}$	$-1/2\sqrt{3}$	$+1/2\sqrt{3}$	$+1/2\sqrt{3}$	$+1/2\sqrt{3}$	$-1/2\sqrt{3}$	$-1/2\sqrt{3}$	$-1/2\sqrt{3}$
$W_{1a,5}^{(2)}$	0	$+1/2\sqrt{3}$	$-1/2\sqrt{3}$	0	$+1/2\sqrt{3}$	$-1/2\sqrt{3}$	0	$-1/2\sqrt{3}$	$+1/2\sqrt{3}$	0	$-1/2\sqrt{3}$	$+1/2\sqrt{3}$
$W_{1a,6}^{(2)}$	0	$-1/2\sqrt{3}$	$+1/2\sqrt{3}$	0	$+1/2\sqrt{3}$	$-1/2\sqrt{3}$	0	$+1/2\sqrt{3}$	$-1/2\sqrt{3}$	0	$-1/2\sqrt{3}$	$+1/2\sqrt{3}$
$*W_{3b,1}^{(3)}$	$-1/4$	$+1/4$	0	$+1/4$	$-1/4$	0	$-1/4$	$+1/4$	0	$+1/4$	$-1/4$	0
$*W_{3b,2}^{(3)}$	$-1/4$	$+1/4$	0	$-1/4$	$+1/4$	0	$+1/4$	$-1/4$	0	$+1/4$	$-1/4$	0
$*W_{3b,3}^{(3)}$	$+1/4$	$-1/4$	0	$-1/4$	$+1/4$	0	$-1/4$	$+1/4$	0	$+1/4$	$-1/4$	0
$*W_{1b,1}^{(3)}$	$+5/4\sqrt{15}$	$-1/4\sqrt{15}$	$-4/4\sqrt{15}$	$-5/4\sqrt{15}$	$+1/4\sqrt{15}$	$+4/4\sqrt{15}$	$+5/4\sqrt{15}$	$-1/4\sqrt{15}$	$-4/4\sqrt{15}$	$-5/4\sqrt{15}$	$+1/4\sqrt{15}$	$+4/4\sqrt{15}$
$*W_{1b,2}^{(3)}$	$-3/4\sqrt{15}$	$-1/4\sqrt{15}$	$+4/4\sqrt{15}$	$-3/4\sqrt{15}$	$-1/4\sqrt{15}$	$+4/4\sqrt{15}$	$+3/4\sqrt{15}$	$+1/4\sqrt{15}$	$-4/4\sqrt{15}$	$+3/4\sqrt{15}$	$+1/4\sqrt{15}$	$-4/4\sqrt{15}$
$*W_{1b,3}^{(3)}$	$+3/4\sqrt{15}$	$+1/4\sqrt{15}$	$-4/4\sqrt{15}$	$-3/4\sqrt{15}$	$-1/4\sqrt{15}$	$+4/4\sqrt{15}$	$-3/4\sqrt{15}$	$-1/4\sqrt{15}$	$+4/4\sqrt{15}$	$+3/4\sqrt{15}$	$+1/4\sqrt{15}$	$-4/4\sqrt{15}$
$W_{3a}^{(4)}$	$+1/4$	$-1/4$	0	$+1/4$	$-1/4$	0	$+1/4$	$-1/4$	0	$+1/4$	$-1/4$	0
$W_{1a}^{(4)}$	$+1/4\sqrt{7}$	$+3/4\sqrt{7}$	$-4/4\sqrt{7}$	$+1/4\sqrt{7}$	$+3/4\sqrt{7}$	$-4/4\sqrt{7}$	$+1/4\sqrt{7}$	$+3/4\sqrt{7}$	$-4/4\sqrt{7}$	$+1/4\sqrt{7}$	$+3/4\sqrt{7}$	$-4/4\sqrt{7}$

(グループ 2-2)

	W_{vxxz}	W_{xyzx}	W_{zxyx}	W_{xzyx}	W_{vyzx}	W_{xyxz}	W_{zvxz}	W_{xzyx}
$*W_{1b,1}^{(1)}$	$-1/2\sqrt{2}$	$-1/2\sqrt{2}$	$+1/2\sqrt{2}$	$+1/2\sqrt{2}$	$+1/2\sqrt{2}$	$+1/2\sqrt{2}$	$-1/2\sqrt{2}$	$-1/2\sqrt{2}$
$*W_{1b,2}^{(1)}$	$-1/2\sqrt{10}$	$-1/2\sqrt{10}$	$+1/2\sqrt{10}$	$+1/2\sqrt{10}$	$-1/2\sqrt{10}$	$-1/2\sqrt{10}$	$+1/2\sqrt{10}$	$+1/2\sqrt{10}$
$*W_{1b,3}^{(1)}$	0	0	0	0	0	0	0	0
$*W_{1b,4}^{(1)}$	0	0	0	0	0	0	0	0
$*W_{1b,5}^{(1)}$	$-3/2\sqrt{15}$	$+3/2\sqrt{15}$	$+3/2\sqrt{15}$	$-3/2\sqrt{15}$	0	0	0	0
$*W_{1b,6}^{(1)}$	0	0	0	0	$-3/2\sqrt{15}$	$+3/2\sqrt{15}$	$+3/2\sqrt{15}$	$-3/2\sqrt{15}$
$W_{1a,1}^{(2)}$	$+1/2\sqrt{2}$	$+1/2\sqrt{2}$	$+1/2\sqrt{2}$	$+1/2\sqrt{2}$	$-1/2\sqrt{2}$	$-1/2\sqrt{2}$	$-1/2\sqrt{2}$	$-1/2\sqrt{2}$
$W_{1a,2}^{(2)}$	$-3/2\sqrt{42}$	$-3/2\sqrt{42}$	$-3/2\sqrt{42}$	$-3/2\sqrt{42}$	$-3/2\sqrt{42}$	$-3/2\sqrt{42}$	$-3/2\sqrt{42}$	$-3/2\sqrt{42}$
$W_{1a,3}^{(2)}$	0	0	0	0	0	0	0	0
$W_{1a,4}^{(2)}$	0	0	0	0	0	0	0	0
$W_{1a,5}^{(2)}$	0	0	0	0	$-1/2\sqrt{3}$	$+1/2\sqrt{3}$	$-1/2\sqrt{3}$	$+1/2\sqrt{3}$
$W_{1a,6}^{(2)}$	$-1/2\sqrt{3}$	$+1/2\sqrt{3}$	$-1/2\sqrt{3}$	$+1/2\sqrt{3}$	0	0	0	0
$*W_{3b,1}^{(3)}$	$-1/4$	$-1/4$	$+1/4$	$+1/4$	$-1/4$	$-1/4$	$+1/4$	$+1/4$
$*W_{3b,2}^{(3)}$	$-1/4$	$+1/4$	$+1/4$	$-1/4$	$+1/4$	$-1/4$	$+1/4$	$-1/4$
$*W_{3b,3}^{(3)}$	$+1/4$	$-1/4$	$+1/4$	$-1/4$	$-1/4$	$+1/4$	$+1/4$	$-1/4$
$*W_{1b,1}^{(3)}$	$-3/4\sqrt{15}$	$-3/4\sqrt{15}$	$+3/4\sqrt{15}$	$+3/4\sqrt{15}$	$-3/4\sqrt{15}$	$-3/4\sqrt{15}$	$+3/4\sqrt{15}$	$+3/4\sqrt{15}$
$*W_{1b,2}^{(3)}$	$-3/4\sqrt{15}$	$+3/4\sqrt{15}$	$+3/4\sqrt{15}$	$-3/4\sqrt{15}$	$-5/4\sqrt{15}$	$+5/4\sqrt{15}$	$-5/4\sqrt{15}$	$+5/4\sqrt{15}$
$*W_{1b,3}^{(3)}$	$-5/4\sqrt{15}$	$+5/4\sqrt{15}$	$-5/4\sqrt{15}$	$+5/4\sqrt{15}$	$-3/4\sqrt{15}$	$+3/4\sqrt{15}$	$+3/4\sqrt{15}$	$-3/4\sqrt{15}$
$W_{3a}^{(4)}$	$+1/4$	$+1/4$	$+1/4$	$+1/4$	$+1/4$	$+1/4$	$+1/4$	$+1/4$
$W_{1a}^{(4)}$	$+1/4\sqrt{7}$	$+1/4\sqrt{7}$	$+1/4\sqrt{7}$	$+1/4\sqrt{7}$	$+1/4\sqrt{7}$	$+1/4\sqrt{7}$	$+1/4\sqrt{7}$	$+1/4\sqrt{7}$

(グループ 3-1)

	W_{xxzx}	W_{yyzx}	W_{zzzx}	W_{zxxx}	W_{zxyy}	W_{zxzz}	W_{xxxz}	W_{yyxz}	W_{zzxz}	W_{zxzx}	W_{xzyy}	W_{xzzz}
$*W_{1a,1}^{(1)}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$*W_{1a,2}^{(1)}$	0	$-2/2\sqrt{10}$	$+2/2\sqrt{10}$	0	$+2/2\sqrt{10}$	$-2/2\sqrt{10}$	0	$-2/2\sqrt{10}$	$+2/2\sqrt{10}$	0	$+2/2\sqrt{10}$	$-2/2\sqrt{10}$
$*W_{1a,3}^{(1)}$	$+1/2\sqrt{3}$	$+1/2\sqrt{3}$	$+1/2\sqrt{3}$	$+1/2\sqrt{3}$	$+1/2\sqrt{3}$	$+1/2\sqrt{3}$	$-1/2\sqrt{3}$	$-1/2\sqrt{3}$	$-1/2\sqrt{3}$	$-1/2\sqrt{3}$	$-1/2\sqrt{3}$	$-1/2\sqrt{3}$
$*W_{1a,4}^{(1)}$	$+1/2\sqrt{3}$	$+1/2\sqrt{3}$	$+1/2\sqrt{3}$	$-1/2\sqrt{3}$	$-1/2\sqrt{3}$	$-1/2\sqrt{3}$	$-1/2\sqrt{3}$	$-1/2\sqrt{3}$	$-1/2\sqrt{3}$	$-1/2\sqrt{3}$	$+1/2\sqrt{3}$	$+1/2\sqrt{3}$
$*W_{1a,5}^{(1)}$	$-1/2\sqrt{15}$	$+2/2\sqrt{15}$	$-1/2\sqrt{15}$	$-1/2\sqrt{15}$	$+2/2\sqrt{15}$	$-1/2\sqrt{15}$	$+1/2\sqrt{15}$	$-2/2\sqrt{15}$	$+1/2\sqrt{15}$	$+1/2\sqrt{15}$	$+1/2\sqrt{15}$	$-2/2\sqrt{15}$
$*W_{1a,6}^{(1)}$	$+1/2\sqrt{15}$	$-2/2\sqrt{15}$	$+1/2\sqrt{15}$	$-1/2\sqrt{15}$	$+2/2\sqrt{15}$	$-1/2\sqrt{15}$	$-1/2\sqrt{15}$	$+2/2\sqrt{15}$	$-1/2\sqrt{15}$	$+1/2\sqrt{15}$	$+1/2\sqrt{15}$	$-2/2\sqrt{15}$
$W_{1b,1}^{(2)}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$W_{1b,2}^{(2)}$	$-2/2\sqrt{42}$	$+4/2\sqrt{42}$	$-2/2\sqrt{42}$	$-2/2\sqrt{42}$	$+4/2\sqrt{42}$	$-2/2\sqrt{42}$	$-2/2\sqrt{42}$	$+4/2\sqrt{42}$	$-2/2\sqrt{42}$	$-2/2\sqrt{42}$	$+4/2\sqrt{42}$	$-2/2\sqrt{42}$
$W_{1b,3}^{(2)}$	$+1/2\sqrt{3}$	$+1/2\sqrt{3}$	$+1/2\sqrt{3}$	$+1/2\sqrt{3}$	$+1/2\sqrt{3}$	$+1/2\sqrt{3}$	$+1/2\sqrt{3}$	$+1/2\sqrt{3}$	$+1/2\sqrt{3}$	$+1/2\sqrt{3}$	$+1/2\sqrt{3}$	$+1/2\sqrt{3}$
$W_{1b,4}^{(2)}$	$+1/2\sqrt{3}$	$+1/2\sqrt{3}$	$+1/2\sqrt{3}$	$-1/2\sqrt{3}$	$-1/2\sqrt{3}$	$-1/2\sqrt{3}$	$+1/2\sqrt{3}$	$+1/2\sqrt{3}$	$+1/2\sqrt{3}$	$+1/2\sqrt{3}$	$-1/2\sqrt{3}$	$-1/2\sqrt{3}$
$W_{1b,5}^{(2)}$	$-1/2\sqrt{3}$	0	$+1/2\sqrt{3}$	$-1/2\sqrt{3}$	0	$+1/2\sqrt{3}$	$+1/2\sqrt{3}$	0	$-1/2\sqrt{3}$	$+1/2\sqrt{3}$	0	$-1/2\sqrt{3}$
$W_{1b,6}^{(2)}$	$+1/2\sqrt{3}$	0	$-1/2\sqrt{3}$	$-1/2\sqrt{3}$	0	$+1/2\sqrt{3}$	$-1/2\sqrt{3}$	0	$+1/2\sqrt{3}$	$+1/2\sqrt{3}$	0	$-1/2\sqrt{3}$
$*W_{3a,1}^{(3)}$	$-1/4$	$+1/4$	0	$+1/4$	$-1/4$	0	$-1/4$	$+1/4$	0	$+1/4$	$-1/4$	0
$*W_{3a,2}^{(3)}$	$+1/4$	$-1/4$	0	$+1/4$	$-1/4$	0	$-1/4$	$+1/4$	0	$-1/4$	$+1/4$	0
$*W_{3a,3}^{(3)}$	$-1/4$	$+1/4$	0	$+1/4$	$-1/4$	0	$+1/4$	$-1/4$	0	$-1/4$	$+1/4$	0
$*W_{1a,1}^{(3)}$	$+1/4\sqrt{15}$	$-5/4\sqrt{15}$	$+4/4\sqrt{15}$	$-1/4\sqrt{15}$	$+5/4\sqrt{15}$	$-4/4\sqrt{15}$	$+1/4\sqrt{15}$	$-5/4\sqrt{15}$	$+4/4\sqrt{15}$	$-1/4\sqrt{15}$	$+5/4\sqrt{15}$	$-4/4\sqrt{15}$
$*W_{1a,2}^{(3)}$	$-1/4\sqrt{15}$	$-3/4\sqrt{15}$	$+4/4\sqrt{15}$	$-1/4\sqrt{15}$	$-3/4\sqrt{15}$	$+4/4\sqrt{15}$	$+1/4\sqrt{15}$	$+3/4\sqrt{15}$	$-4/4\sqrt{15}$	$+1/4\sqrt{15}$	$+3/4\sqrt{15}$	$-4/4\sqrt{15}$
$*W_{1a,3}^{(3)}$	$+1/4\sqrt{15}$	$+3/4\sqrt{15}$	$-4/4\sqrt{15}$	$-1/4\sqrt{15}$	$-3/4\sqrt{15}$	$+4/4\sqrt{15}$	$-1/4\sqrt{15}$	$-3/4\sqrt{15}$	$+4/4\sqrt{15}$	$+1/4\sqrt{15}$	$+3/4\sqrt{15}$	$-4/4\sqrt{15}$
$W_{3b}^{(4)}$	$-1/4$	$+1/4$	0	$-1/4$	$+1/4$	0	$-1/4$	$+1/4$	0	$-1/4$	$+1/4$	0
$W_{1b}^{(4)}$	$+3/4\sqrt{7}$	$+1/4\sqrt{7}$	$-4/4\sqrt{7}$	$+3/4\sqrt{7}$	$+1/4\sqrt{7}$	$-4/4\sqrt{7}$	$+3/4\sqrt{7}$	$+1/4\sqrt{7}$	$-4/4\sqrt{7}$	$+3/4\sqrt{7}$	$+1/4\sqrt{7}$	$-4/4\sqrt{7}$

(グループ 3-2)

	W_{zyyx}	W_{vzxy}	W_{xyvz}	W_{yxzy}	W_{zvyx}	W_{vzxy}	W_{xyvz}	W_{yxzy}
$*W_{1a,1}^{(1)}$	$-1/2\sqrt{2}$	$-1/2\sqrt{2}$	$+1/2\sqrt{2}$	$+1/2\sqrt{2}$	$+1/2\sqrt{2}$	$+1/2\sqrt{2}$	$-1/2\sqrt{2}$	$-1/2\sqrt{2}$
$*W_{1a,2}^{(1)}$	$-1/2\sqrt{10}$	$-1/2\sqrt{10}$	$+1/2\sqrt{10}$	$+1/2\sqrt{10}$	$-1/2\sqrt{10}$	$-1/2\sqrt{10}$	$+1/2\sqrt{10}$	$+1/2\sqrt{10}$
$*W_{1a,3}^{(1)}$	0	0	0	0	0	0	0	0
$*W_{1a,4}^{(1)}$	0	0	0	0	0	0	0	0
$*W_{1a,5}^{(1)}$	$-3/2\sqrt{15}$	$+3/2\sqrt{15}$	$+3/2\sqrt{15}$	$-3/2\sqrt{15}$	0	0	0	0
$*W_{1a,6}^{(1)}$	0	0	0	0	$-3/2\sqrt{15}$	$+3/2\sqrt{15}$	$+3/2\sqrt{15}$	$-3/2\sqrt{15}$
$W_{1b,1}^{(2)}$	$+1/2\sqrt{2}$	$+1/2\sqrt{2}$	$+1/2\sqrt{2}$	$+1/2\sqrt{2}$	$-1/2\sqrt{2}$	$-1/2\sqrt{2}$	$-1/2\sqrt{2}$	$-1/2\sqrt{2}$
$W_{1b,2}^{(2)}$	$-3/2\sqrt{42}$	$-3/2\sqrt{42}$	$-3/2\sqrt{42}$	$-3/2\sqrt{42}$	$-3/2\sqrt{42}$	$-3/2\sqrt{42}$	$-3/2\sqrt{42}$	$-3/2\sqrt{42}$
$W_{1b,3}^{(2)}$	0	0	0	0	0	0	0	0
$W_{1b,4}^{(2)}$	0	0	0	0	0	0	0	0
$W_{1b,5}^{(2)}$	0	0	0	0	$-1/2\sqrt{3}$	$+1/2\sqrt{3}$	$-1/2\sqrt{3}$	$+1/2\sqrt{3}$
$W_{1b,6}^{(2)}$	$-1/2\sqrt{3}$	$+1/2\sqrt{3}$	$-1/2\sqrt{3}$	$+1/2\sqrt{3}$	0	0	0	0
$*W_{3a,1}^{(3)}$	$-1/4$	$-1/4$	$+1/4$	$+1/4$	$-1/4$	$-1/4$	$+1/4$	$+1/4$
$*W_{3a,2}^{(3)}$	$-1/4$	$+1/4$	$+1/4$	$-1/4$	$-1/4$	$+1/4$	$-1/4$	$+1/4$
$*W_{3a,3}^{(3)}$	$-1/4$	$+1/4$	$-1/4$	$+1/4$	$-1/4$	$+1/4$	$+1/4$	$-1/4$
$*W_{1a,1}^{(3)}$	$-3/4\sqrt{15}$	$-3/4\sqrt{15}$	$+3/4\sqrt{15}$	$+3/4\sqrt{15}$	$-3/4\sqrt{15}$	$-3/4\sqrt{15}$	$+3/4\sqrt{15}$	$+3/4\sqrt{15}$
$*W_{1a,2}^{(3)}$	$-3/4\sqrt{15}$	$+3/4\sqrt{15}$	$+3/4\sqrt{15}$	$-3/4\sqrt{15}$	$+5/4\sqrt{15}$	$-5/4\sqrt{15}$	$+5/4\sqrt{15}$	$-5/4\sqrt{15}$
$*W_{1a,3}^{(3)}$	$+5/4\sqrt{15}$	$-5/4\sqrt{15}$	$+5/4\sqrt{15}$	$-5/4\sqrt{15}$	$-3/4\sqrt{15}$	$+3/4\sqrt{15}$	$+3/4\sqrt{15}$	$-3/4\sqrt{15}$
$W_{3b}^{(4)}$	$+1/4$	$+1/4$	$+1/4$	$+1/4$	$+1/4$	$+1/4$	$+1/4$	$+1/4$
$W_{1b}^{(4)}$	$+1/4\sqrt{7}$	$+1/4\sqrt{7}$	$+1/4\sqrt{7}$	$+1/4\sqrt{7}$	$+1/4\sqrt{7}$	$+1/4\sqrt{7}$	$+1/4\sqrt{7}$	$+1/4\sqrt{7}$

(グループ 4-1)

	W_{xxxx}	W_{yyyy}	W_{zzzz}	W_{xxyy}	W_{yyzz}	W_{zzxx}	W_{xyyx}	W_{yzyz}	W_{zxxz}	W_{xyxy}	W_{yzyz}	W_{zxzx}
$W^{(0)}_{0,1}$	+1/3	+1/3	+1/3	+1/3	+1/3	+1/3	0	0	0	0	0	0
$W^{(0)}_{0,2}$	0	0	0	0	0	0	-1/2√3	-1/2√3	-1/2√3	+1/2√3	+1/2√3	+1/2√3
$W^{(0)}_{0,3}$	+4/6√5	+4/6√5	+4/6√5	-2/6√5	-2/6√5	-2/6√5	+3/6√5	+3/6√5	+3/6√5	+3/6√5	+3/6√5	+3/6√5
$W^{(2)}_{0,1}$	0	0	0	0	0	0	-2/2√6	+1/2√6	+1/2√6	+2/2√6	-1/2√6	-1/2√6
$W^{(2)}_{0,2}$	+4/6√14	+4/6√14	-8/6√14	-8/6√14	+4/6√14	+4/6√14	+6/6√14	-3/6√14	-3/6√14	+6/6√14	-3/6√14	-3/6√14
$W^{(2)}_{0,3}$	-2/6	-2/6	+4/6	-2/6	+1/6	+1/6	0	0	0	0	0	0
$W^{(2)}_{0,4}$	0	0	0	0	+1/2	-1/2	0	0	0	0	0	0
$W^{(2)}_{0,5}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	+1/2	-1/2
$W^{(2)}_{0,6}$	0	0	0	0	0	0	0	+1/2	-1/2	0	0	0
$W^{(2)}_{2b,1}$	0	0	0	0	0	0	0	-1/2√2	+1/2√2	0	+1/2√2	-1/2√2
$W^{(2)}_{2b,2}$	-4/2√42	+4/2√42	0	0	-4/2√42	+4/2√42	0	+3/2√42	-3/2√42	0	+3/2√42	-3/2√42
$W^{(2)}_{2b,3}$	+2/2√3	-2/2√3	0	0	-1/2√3	+1/2√3	0	0	0	0	0	0
$W^{(2)}_{2b,4}$	0	0	0	-2/2√3	+1/2√3	+1/2√3	0	0	0	0	0	0
$W^{(2)}_{2b,5}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-2/2√3	+1/2√3	+1/2√3
$W^{(2)}_{2b,6}$	0	0	0	0	0	0	-2/2√3	+1/2√3	+1/2√3	0	0	0
$W^{(3)}_{2a,1}$	0	0	0	+1/√6	+1/√6	+1√6	0	0	0	0	0	0
* $W^{(3)}_{2a,2}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	+1/√6	+1/√6	+1√6
* $W^{(3)}_{2a,3}$	0	0	0	0	0	0	+1/√6	+1/√6	+1√6	0	0	0
$W^{(4)}_{4b}$	-1/2√2	-1/2√2	0	+1/2√2	0	0	+1/2√2	0	0	+1/2√2	0	0
$W^{(4)}_{2b}$	-1/√14	+1/√14	0	0	-1/√14	+1/√14	0	-1/√14	+1/√14	0	-1/√14	+1/√14
$W^{(4)}_0$	+3/2√70	+3/2√70	+8/2√70	+1/2√70	-4/2√70	-4/2√70	+1/2√70	-4/2√70	-4/2√70	+1/2√70	-4/2√70	-4/2√70

(グループ 4-2)

	W_{yxxx}	W_{zzyy}	W_{xxzz}	W_{yxxv}	W_{zyyz}	W_{xzzx}	W_{vxxx}	W_{zyzy}	W_{xzzz}
$W^{(0)}_{0,1}$	+1/3	+1/3	+1/3	0	0	0	0	0	0
$W^{(0)}_{0,2}$	0	0	0	-1/2√3	-1/2√3	-1/2√3	+1/2√3	+1/2√3	+1/2√3
$W^{(0)}_{0,3}$	-2/6√5	-2/6√5	-2/6√5	+3/6√5	+3/6√5	+3/6√5	+3/6√5	+3/6√5	+3/6√5
$W^{(2)}_{0,1}$	0	0	0	-2/2√6	+1/2√6	+1/2√6	+2/2√6	-1/2√6	-1/2√6
$W^{(2)}_{0,2}$	-8/6√14	+4/6√14	+4/6√14	+6/6√14	-3/6√14	-3/6√14	+6/6√14	-3/6√14	-3/6√14
$W^{(2)}_{0,3}$	-2/6	+1/6	+1/6	0	0	0	0	0	0
$W^{(2)}_{0,4}$	0	-1/2	+1/2	0	0	0	0	0	0
$W^{(2)}_{0,5}$	0	0	0	0	0	0	0	-1/2	+1/2
$W^{(2)}_{0,6}$	0	0	0	0	-1/2	+1/2	0	0	0
$W^{(2)}_{2b,1}$	0	0	0	0	-1/2√2	+1/2√2	0	+1/2√2	-1/2√2
$W^{(2)}_{2b,2}$	0	-4/2√42	+4/2√42	0	+3/2√42	-3/2√42	0	+3/2√42	-3/2√42
$W^{(2)}_{2b,3}$	0	-1/2√3	+1/2√3	0	0	0	0	0	0
$W^{(2)}_{2b,4}$	+2/2√3	-1/2√3	-1/2√3	0	0	0	0	0	0
$W^{(2)}_{2b,5}$	0	0	0	0	0	0	+2/2√3	-1/2√3	-1/2√3
$W^{(2)}_{2b,6}$	0	0	0	+2/2√3	-1/2√3	-1/2√3	0	0	0
$W^{(3)}_{2a,1}$	-1/√6	-1/√6	-1/√6	0	0	0	0	0	0
* $W^{(3)}_{2a,2}$	0	0	0	0	0	0	-1/√6	-1/√6	-1/√6
* $W^{(3)}_{2a,3}$	0	0	0	-1/√6	-1/√6	-1/√6	0	0	0
$W^{(4)}_{4b}$	+1/2√2	0	0	+1/2√2	0	0	+1/2√2	0	0
$W^{(4)}_{2b}$	0	-1/√14	+1/√14	0	-1/√14	+1/√14	0	-1/√14	+1/√14
$W^{(4)}_0$	+1/2√70	-4/2√70	-4/2√70	+1/2√70	-4/2√70	-4/2√70	+1/2√70	-4/2√70	-4/2√70

付録：基底のパリティ

回転操作だけで作られる点群では、 $(T_{1b}^{(n)}, T_{1a}^{(n)}, T_0^{(n)})$ 及び $(*T_{1b}^{(n)}, *T_{1a}^{(n)}, *T_0^{(n)})$ がともに (x, y, z) と同じ挙動をする。(1次元テンソルをベクトルとみなす場合には前者は極性ベクトル、後者は軸性ベクトルである。) また、 z 軸まわりの回転 (角度: χ) に対して $(T_{mb}^{(n)}, T_{ma}^{(n)})$ 及び $(*T_{mb}^{(n)}, *T_{ma}^{(n)})$ は回転角が $m\chi$ のときの (x, y) と同じ変換性を示す。しかし、反転、鏡映あるいは回映が含まれる対称種では、これらの対称操作 (および回転操作との積) に対して $(T_{mb}^{(n)}, T_{ma}^{(n)}, T_0^{(n)})$ が通常回転に対するものと同じ変換をするのに対して $(*T_{mb}^{(n)}, *T_{ma}^{(n)}, *T_0^{(n)})$ に対する変換行列は行列要素 (よって指標、キャラクターも) が $(T_{mb}^{(n)}, T_{ma}^{(n)}, T_0^{(n)})$ に対するものと逆符号になる。例えば、 $(*T_{1b}^{(n)}, *T_{1a}^{(n)}, *T_0^{(n)})$ は軸性ベクトルである回転角運動量の x 成分、 y 成分、 z 成分と同じ変換性を示す。例えば、 xz 面による鏡映に対して $(T_{1b}^{(n)}, T_{1a}^{(n)}, T_0^{(n)})$ は $(T_{1b}^{(n)}, -T_{1a}^{(n)}, T_0^{(n)})$ になるが $(*T_{1b}^{(n)}, *T_{1a}^{(n)}, *T_0^{(n)})$ は $(-*T_{1b}^{(n)}, *T_{1a}^{(n)}, -*T_0^{(n)})$ になる。*印を付けた成分に対する変換行列およびキャラクター (指標) は対応する成分 (\square 印が無いもの) に対する変換行列 D を ε 倍 ($\varepsilon = |D|$) することと同じことである。

*印の有無が意味を持つのは対称操作に反転・鏡映・回映が含まれるときである。そして、 σ_v (回転対称軸のうちで次数が一番高い軸 — 通常 z 軸とする — を含む平面での鏡映) を含む系で縮重があるとき、その鏡映面の一つに xz 面を取るか yz 面を取るかによって *印が付く基底のセットに違いが出る (よって奇数次の回転軸があるときにより重要である)。階数が n の基底のうち $T_0^{(n)}$ に *印が付くか否かはこの区別によらず、次数と階数の和が奇数のものである。一方、 $T_{mb}^{(n)}, *T_{ma}^{(n)} (m \neq 0)$ のうちで $*T_{mb}^{(n)}, *T_{ma}^{(n)}$ となるのは、 σ_v 面に xz を含めたときには次元数と n の和が偶数になる場合であるが、 yz 面を σ_v 面の一つに取る場合には次元数と階数 n の和にさらに下付き数字 m を加えたものが偶数になるものである。本稿では前者を取る。

下に、代表的な対称操作に対して $(T_{1b}^{(n)}, T_{1a}^{(n)}, T_0^{(n)})$ セット及び $(T_{mb}^{(n)}, T_{ma}^{(n)})$ セットについて、 (x, y, z) 及び (x, y) セットの変換のしかたを基準にしたときに *印が付くものと付かないものを見分けるための一覧を示す。(1次元テンソルを \mathbf{V} 、2次元テンソルを \mathbf{D} 、3次元テンソルを \mathbf{Y} 、4次元テンソルを \mathbf{W} で表す。)

	$V^{(1)}_{1b(x)}$	$V^{(1)}_{1a(y)}$	$V^{(1)}_{0(z)}$	$D^{(0)}_0$	$D^{(1)}_{1b(J_x)}$	$D^{(1)}_{1a(J_y)}$	$D^{(1)}_{0(J_z)}$	$D^{(2)}_{2b}$	$D^{(2)}_{2a}$	$D^{(2)}_{1b}$	$D^{(2)}_{1a}$	$D^{(2)}_0$
反転 (I)	-1	-1	-1	+1	+1*	+1*	+1*	+1*	+1*	+1*	+1*	+1*
$\sigma_{yz} (\mathbb{R}_x^\pi)$	-1	+1	+1	+1	+1*	-1*	-1*	+1*	-1*	-1	+1	+1
$\sigma_{xy} (\mathbb{R}_z^\pi)$	+1	+1	-1	+1	-1*	-1*	+1*	+1	+1	-1*	-1*	+1*
$\sigma_{xz} (\mathbb{R}_y^\pi)$	+1	-1	+1	+1	-1*	+1*	-1*	+1	-1	+1	-1	+1

	$Y^{(0)}_0$	$Y^{(1)}_{1b}$	$Y^{(1)}_{1a}$	$Y^{(1)}_0$	$Y^{(2)}_{2b}$	$Y^{(2)}_{2a}$	$Y^{(2)}_{1b}$	$Y^{(2)}_{1a}$	$Y^{(2)}_0$	$Y^{(3)}_{3b}$	$Y^{(3)}_{3a}$	$Y^{(3)}_{2b}$	$Y^{(3)}_{2a}$	$Y^{(3)}_{1b}$	$Y^{(3)}_{1a}$	$Y^{(3)}_0$
反転(I)	-1*	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
$\sigma_{yz} (\mathbb{R}_x^\pi)$	-1*	-1	+1	+1	-1	+1	+1*	-1*	-1*	-1	+1	+1*	-1*	-1	+1	+1
$\sigma_{xy} (\mathbb{R}_z^\pi)$	-1*	+1	+1	-1	-1*	-1*	+1	+1	-1	+1	+1	-1*	-1*	+1	+1	-1
$\sigma_{xz} (\mathbb{R}_y^\pi)$	-1*	+1	-1	+1	-1*	+1*	-1*	+1*	-1*	+1	-1	+1	-1	+1	-1	+1

	$W^{(0)}_0$	$W^{(1)}_{1b}$	$W^{(1)}_{1a}$	$W^{(1)}_0$	$W^{(2)}_{2b}$	$W^{(2)}_{2a}$	$W^{(2)}_{1b}$	$W^{(2)}_{1a}$	$W^{(2)}_0$	$W^{(3)}_{3b}$	$W^{(3)}_{3a}$	$W^{(3)}_{2b}$	$W^{(3)}_{2a}$	$W^{(3)}_{1b}$	$W^{(3)}_{1a}$	$W^{(3)}_0$
反転(I)	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1
$\sigma_{yz} (\mathbb{R}_x^\pi)$	+1	-1	+1	+1	-1	+1	+1*	-1*	-1*	-1	+1	+1*	-1*	-1	+1	+1
$\sigma_{xy} (\mathbb{R}_z^\pi)$	+1	+1	+1	-1	-1*	-1*	+1	+1	-1	+1	+1	-1*	-1*	+1	+1	-1
$\sigma_{xz} (\mathbb{R}_y^\pi)$	+1	+1	-1	+1	-1*	+1*	-1*	+1*	-1*	+1	-1	+1	-1	+1	-1	+1

	$W^{(4)}_{4b}$	$W^{(4)}_{4a}$	$W^{(4)}_{3b}$	$W^{(4)}_{3a}$	$W^{(4)}_{2b}$	$W^{(4)}_{2a}$	$W^{(4)}_{1b}$	$W^{(4)}_{1a}$	$W^{(4)}_0$	* mark for o-ordered basis of $T^{(0)}_0, (T^{(n)}_{1b}, T^{(n)}_{1a}, T^{(n)}_0), (T^{(n)}_{mb}, T^{(n)}_{ma})$		
反転(I)	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	o = odd, o = even, o = even		
$\sigma_{yz} (\mathbb{R}_x^\pi)$	+1*	-1*	-1	+1	+1*	-1*	-1	+1	+1	o = odd, o+n = odd, o+n+m = even		
$\sigma_{xy} (\mathbb{R}_z^\pi)$	+1	+1	-1*	-1*	+1	+1	-1	-1	+1	o = odd, o = even, o+m = odd		
$\sigma_{xz} (\mathbb{R}_y^\pi)$	+1	-1	+1	-1	+1	-1	+1	-1	+1	o = odd, o+n = odd, o+n = odd		

