

座標変換におけるテンソル成分の変換行列

座標変換におけるテンソル成分の変換関係は、次元数によらず階数によって定義される変換行列で整理することができる。位置ベクトルの変換行列を \mathbf{D} とし、それを示そう。 \mathbf{D} の行列式を ε ($\varepsilon = |\mathbf{D}|$) とするとき、鏡映や回映といった pseudo rotation に対しては $\varepsilon = -1$ である。 ε が問題になる基底は、対称操作に含まれる pseudo rotation に依存する。(別ファイル「テンソルの基底」で * 印を付けてある。)

$\mathbf{T} = \mathbf{T}^{(0)} + \mathbf{T}^{(1)} + \mathbf{T}^{(2)} + \mathbf{T}^{(3)} + \mathbf{T}^{(4)} + \dots$ と表し、変換後のテンソル成分を \mathbf{T}' とする。

点群 (原点は移動しない対称操作から作られる群) では、すべての対称操作は座標回転または座標回転と反転の積として定義することができる。座標系の回転と鏡映操作について、xy 面での鏡映は x 軸まわりの 180° 回転 ($\mathbf{R}_x(\pi)$ と表す) に続けて反転を行うことで表され、この 180° 回転とオイラー角の間には下のような対応関係がある。(2 回目の回転を y 軸まわりに行うとして)

$$\mathbf{R}_x(\pi): \chi = 0, \theta = \pi, \phi = \pi$$

同様にして、xy 面に垂直で x 軸と α の角をなす面での鏡映は、xy 面上の x 軸との角が α の軸のまわりでの 180° 回転 ($\mathbf{R}_\alpha(\pi)$) と反転の積に対応する。このとき、

$$\mathbf{R}_\alpha(\pi): \chi = 0, \theta = \pi, \phi = \pi - 2\alpha$$

である。このように、鏡映及び回映操作は回転と反転の積である。反転はすべての座標の符号を逆転する。例えば、xy 面での鏡映には $\mathbf{R}_x(\pi)$ 、xz 面での鏡映には $\mathbf{R}_y(\pi)$ に、yz 面での鏡映には $\mathbf{R}_z(\pi)$ がそれぞれ対応する。 C_{2v} 対称の $C_{2,b}$ 、 σ_{ab} 、 σ_{bc} は、それぞれ $\mathbf{R}_b(\pi)$ 、 $\mathbf{R}_c(\pi)$ 、 $\mathbf{R}_a(\pi)$ に対応付けられる。 C_{3v} の $2C_3$ と $3\sigma_v$ は、それぞれ $\mathbf{R}_z(2\pi/3)$ と $\mathbf{R}_y(\pi)$ である。このようにして、すべての点群及びより一般化した置換反転群の対称操作は回転操作と対応付けることが出来る。従って、以下に示す変換行列は使いでのあるものである。

本稿で示す変換行列はユニタリー行列になっている。よって転置行列が逆行列に等しいので、逆変換に利用できる。

座標ベクトル（テンソルとして扱うときには1次元テンソルの1階成分である）の変換に対する変換行列を上で示したように \mathbf{D} とするときに、座標の2乗積が作る2次元テンソルの1階成分（角運動量ベクトル）に対する変換行列 \mathbf{D} は下のようになる。

$\mathbf{D} =$

$D_{Y_Y}D_{Z_Z} - D_{Y_Z}D_{Z_Y}$	$D_{Y_Z}D_{Z_X} - D_{Y_X}D_{Z_Z}$	$D_{Y_X}D_{Z_Y} - D_{Y_Y}D_{Z_X}$
$D_{Z_Y}D_{X_Z} - D_{Z_Z}D_{X_Y}$	$D_{Z_Z}D_{X_X} - D_{Z_X}D_{X_Z}$	$D_{Z_X}D_{X_Y} - D_{Z_Y}D_{X_X}$
$D_{X_Y}D_{Y_Z} - D_{X_Z}D_{Y_Y}$	$D_{X_Z}D_{Y_X} - D_{X_X}D_{Y_Z}$	$D_{X_X}D_{Y_Y} - D_{X_Y}D_{Y_X}$

この行列要素は行列 \mathbf{D} の行列要素を ε 倍したものであることが、次のようにしてわかる。(1) \mathbf{D} の転置行列と \mathbf{D} の積を作ってみると、対角要素が ε 、非対角要素がゼロとなることがわかるであろう。即ち、 \mathbf{D} の転置行列は \mathbf{D} の逆行列に定数倍したものである。(2) 行列の教科書で言えば D_{ij} は \mathbf{D} の余因子行列の (j,i) 成分になっているが、余因子行列は \mathbf{D} の逆行列に行列式を掛けたものである。よって行列 \mathbf{D} は \mathbf{D} の逆行列の転置行列になっている。

変換行列 \mathbf{D} はユニタリー行列で、転置行列は逆行列に等しい。したがって \mathbf{D} は \mathbf{D} を ε 倍したものである。

ゼロ階テンソルの変換係数は、偶数次元るときには1になり、成分はスカラー量である。しかし、奇数次元の場合には (\mathbf{D} による変換と \mathbf{D} の \mathbf{D} による変換の重ね合わせになるので) ε 倍になり、対称操作によっては -1 倍となる擬スカラーになる。(全対称ではなくなる)

2次元テンソル以上での変換については、これらを1次元テンソルの積み上げとして作る操作から変換性を導くことが出来る。

以下に示す変換行列は、この様な考察によって整理したものである。

(0 階テンソル)

$$\mathbf{T}^{(0)}_0 = \mathbf{T}^{(0)}_0.$$

(3 次元、5 次元、7 次元...テンソルでは ε 倍になる。但し、 $\varepsilon = |\mathbf{D}|$)

(1 階テンソル)

	$\mathbf{T}^{(1)}_{1b}$	$\mathbf{T}^{(1)}_{1a}$	$\mathbf{T}^{(1)}_0$
$\mathbf{T}^{(1)}_{1b}$	D_{Xx}	D_{Xy}	D_{Xz}
$\mathbf{T}^{(1)}_{1a}$	D_{Yx}	D_{Yy}	D_{Yz}
$\mathbf{T}^{(1)}_0$	D_{Zx}	D_{Zy}	D_{Zz}

(2 次元、4 次元、6 次元...テンソルでは ε 倍になる。)

(2 階テンソル)

	$\mathbf{T}^{(2)}_{2b}$	$\mathbf{T}^{(2)}_{2a}$	$\mathbf{T}^{(2)}_{1b}$	$\mathbf{T}^{(2)}_{1a}$	$\mathbf{T}^{(2)}_0$
$\mathbf{T}^{(2)}_{2b}$	$(1/2)(D_{Xx}^2 + D_{Yy}^2 - D_{Xy}^2 - D_{Yx}^2)$	$(D_{Xx}D_{Xy} - D_{Yx}D_{Yy})$	$(D_{Xz}D_{Xx} - D_{Yz}D_{Yx})$	$(D_{Xy}D_{Xz} - D_{Yy}D_{Yz})$	$(\sqrt{3}/2)(D_{Xz}^2 - D_{Yz}^2)$
$\mathbf{T}^{(2)}_{2a}$	$(D_{Xx}D_{Yx} - D_{Xy}D_{Yy})$	$(D_{Xx}D_{Yy} + D_{Xy}D_{Yx})$	$(D_{Xz}D_{Yx} + D_{Xx}D_{Yz})$	$(D_{Xy}D_{Yz} + D_{Xz}D_{Yy})$	$\sqrt{3}D_{Xz}D_{Yz}$
$\mathbf{T}^{(2)}_{1b}$	$(D_{Zx}D_{Xx} - D_{Zy}D_{Xy})$	$(D_{Zx}D_{Xy} + D_{Zy}D_{Xx})$	$(D_{Zz}D_{Xx} + D_{Zx}D_{Xz})$	$(D_{Zy}D_{Xz} + D_{Zz}D_{Xy})$	$\sqrt{3}D_{Xz}D_{Zz}$
$\mathbf{T}^{(2)}_{1a}$	$(D_{Yx}D_{Zx} - D_{Yy}D_{Zy})$	$(D_{Yx}D_{Zy} + D_{Yy}D_{Zx})$	$(D_{Yz}D_{Zx} + D_{Yx}D_{Zz})$	$(D_{Yy}D_{Zz} + D_{Yz}D_{Zy})$	$\sqrt{3}D_{Yz}D_{Zz}$
$\mathbf{T}^{(2)}_0$	$(\sqrt{3}\varepsilon/2)(D_{Zx}^2 - D_{Zy}^2)$	$\sqrt{3}D_{Zx}D_{Zy}$	$\sqrt{3}D_{Zx}D_{Zz}$	$\sqrt{3}D_{Zy}D_{Zz}$	$(1/2)(3D_{Zz}^2 - 1)$

(3 次元、5 次元、7 次元...テンソルでは ε 倍になる。)

3、4階テンソルの変換行列を簡略化する都合上、上で示した $\mathbf{T}^{(2)}$ に対する変換行列を次のように略記する。

	$\mathbf{T}^{(2)}_{2b}$	$\mathbf{T}^{(2)}_{2a}$	$\mathbf{T}^{(2)}_{1b}$	$\mathbf{T}^{(2)}_{1a}$	$\mathbf{T}^{(2)}_0$
$\mathbf{T}^{(2)}_{2b}$	(XX/xx)	(XX/xy)	(XX/zx)	(XX/yz)	(XX/zz)
$\mathbf{T}^{(2)}_{2a}$	(XY/xx)	(XY/xy)	(XY/zx)	(XY/yz)	(XY/zz)
$\mathbf{T}^{(2)}_{1b}$	(ZX/xx)	(ZX/xy)	(ZX/zx)	(ZX/yz)	(ZX/zz)
$\mathbf{T}^{(2)}_{1a}$	(YZ/xx)	(YZ/xy)	(YZ/zx)	(YZ/yz)	(YZ/zz)
$\mathbf{T}^{(2)}_0$	(ZZ/xx)	(ZZ/xy)	(ZZ/zx)	(ZZ/yz)	(ZZ/zz)

(3階テンソル-1) (4次元、6次元...テンソルでは ε 倍になる)

	$\mathbf{T}^{(3)}_{3b}$	$\mathbf{T}^{(3)}_{3a}$	$\mathbf{T}^{(3)}_{2b}$	$\mathbf{T}^{(3)}_{2a}$
$\mathbf{T}^{(3)}_{3b}$	$(1/4)\{D_{xx}[1 - 5D_{zz}^2 + 8(XX/xx) + 2(D_{xz}^2 - D_{yz}^2) + 2(D_{zx}^2 - D_{zy}^2)] + 6D_{xz}D_{zx}D_{zz}\}$	$(1/4)\{D_{xy}[1 - 5D_{zz}^2 - 8(XX/xx) + 2(D_{xz}^2 - D_{yz}^2) - 2(D_{zx}^2 - D_{zy}^2)] + 6D_{xz}D_{zy}D_{zz}\}$	$(\sqrt{6}/2)[D_{xz}(XX/xx) - D_{yz}(XY/xx)]$	$-(\sqrt{6}/2)[D_{xz}(XX/xy) - D_{yz}(XY/xy)]$
$\mathbf{T}^{(3)}_{3a}$	$(1/4)\{D_{yx}[1 - 5D_{zz}^2 - 8(XX/xx) - 2(D_{xz}^2 - D_{yz}^2) + 2(D_{zx}^2 - D_{zy}^2)] + 6D_{yz}D_{zx}D_{zz}\}$	$(1/4)\{D_{yy}[1 - 5D_{zz}^2 + 8(XX/xx) - 2(D_{xz}^2 - D_{yz}^2) - 2(D_{zx}^2 - D_{zy}^2)] + 6D_{yz}D_{zy}D_{zz}\}$	$-(\sqrt{6}/2)[D_{xz}(XY/xx) + D_{yz}(XX/xx)]$	$(\sqrt{6}/2)[D_{xz}(XY/xy) + D_{yz}(XX/xy)]$
$\mathbf{T}^{(3)}_{2b}$	$(\sqrt{6}/2)[D_{zx}(XX/xx) - D_{zy}(XX/xy)]$	$-(\sqrt{6}/2)[D_{zx}(XX/xy) + D_{zy}(XX/xx)]$	$D_{zz}[(XX/xx) - (D_{xz}^2 - D_{yz}^2)] - 2D_{zy}(XX/yz)$	$\square[D_{zz}(XX/xy) + 2D_{xz}(Zx/xy) + 2D_{zx}D_{zy}D_{zz}]$
$\mathbf{T}^{(3)}_{2a}$	$(\sqrt{6}/2)[-D_{zx}(XY/xx) + D_{zy}(XY/xy)]$	$(\sqrt{6}/2)D_{zx}(XY/xy) + D_{zy}(XY/xx)]$	$\square[D_{zz}(XY/xx) + 2D_{zx}(XY/zx) + 2D_{xz}D_{yz}D_{zz}]$	$[D_{xz}(YZ/xy) + D_{yz}(ZX/xy) + D_{zz}(XY/xy)]$
$\mathbf{T}^{(3)}_{1b}$	$-(\sqrt{15}/4)\{D_{xx}[1 - D_{zz}^2 + 2(D_{zx}^2 - D_{zy}^2)] + 2D_{xz}D_{zx}D_{zz}\}$	$(\sqrt{15}/4)\{D_{xy}[1 - D_{zz}^2 + 2(D_{zx}^2 - D_{zy}^2)] - 2D_{xz}D_{zy}D_{zz}\}$	$-(\sqrt{10}/4)[D_{xz}(D_{zx}^2 - D_{zy}^2) + 2D_{zz}(ZX/xx)]$	$(\sqrt{10}/2)[D_{xz}D_{zy}D_{zx} + D_{zz}(ZX/xy)]$
$\mathbf{T}^{(3)}_{1a}$	$-(\sqrt{15}/4)\{D_{yx}[1 - D_{zz}^2 + 2(D_{zx}^2 - D_{zy}^2)] + 2D_{yz}D_{zx}D_{zz}\}$	$-(\sqrt{15}/4)\{D_{yy}[1 - D_{zz}^2 - 2(D_{zx}^2 - D_{zy}^2)] + 2D_{yz}D_{zy}D_{zz}\}$	$-(\sqrt{10}/4)[D_{yz}(D_{zx}^2 - D_{zy}^2) + 2D_{zz}(YZ/xx)]$	$(\sqrt{10}/2)[D_{yz}D_{zx}D_{zy} + D_{zz}(YZ/xy)]$
$\mathbf{T}^{(3)}_0$	$-(\sqrt{10}/4)[D_{zx}[1 - D_{zz}^2 - 2(D_{zx}^2 - D_{zy}^2)]$	$-(\sqrt{10}/4)\{D_{zy}[1 - D_{zz}^2 + 2(D_{zx}^2 - D_{zy}^2)]$	$(\sqrt{15}/2)[D_{zz}(D_{zx}^2 - D_{zy}^2)]$	$-(\sqrt{15})D_{zx}D_{zy}D_{zz}$

(3 階テンソル-2) (4 次元、6 次元...テンソルでは ε 倍になる)

	$\mathbf{T}^{(3)}_{1b}$	$\mathbf{T}^{(3)}_{1a}$	$\mathbf{T}^{(3)}_0$
$\mathbf{T}^{(3)}_{3b}$	$-(\sqrt{15}/4)\{D_{Xx}[1 - D_{Zz}^2 + 2(D_{Xz}^2 - D_{Yz}^2)] + 2D_{Xz}D_{Zx}D_{Zz}\}$	$-(\sqrt{15}/4)\{D_{Xy}[1 - D_{Zz}^2 + 2(D_{Xz}^2 - D_{Yz}^2)] + 2D_{Xz}D_{Zy}D_{Zz}\}$	$-(\sqrt{10}/4) D_{Xz}[1 - D_{Zz}^2 - 2(D_{Xz}^2 - D_{Yz}^2)]$
$\mathbf{T}^{(3)}_{3a}$	$-(\sqrt{15}/4)\{D_{Yx}[1 - D_{Zz}^2 - 2(D_{Xz}^2 - D_{Yz}^2)] + 2D_{Yz}D_{Zx}D_{Zz}\}$	$-(\sqrt{15}/4)\{D_{Yy}[1 - D_{Zz}^2 - 2(D_{Xz}^2 - D_{Yz}^2)] + 2D_{Yz}D_{Zy}D_{Zz}\}$	$-(\sqrt{10}/4) D_{Yz}[1 - D_{Zz}^2 + 2(D_{Xz}^2 - D_{Yz}^2)]$
$\mathbf{T}^{(3)}_{2b}$	$-(\sqrt{10}/4)[D_{Zx}(D_{Xz}^2 - D_{Yz}^2) + 2D_{Zx}(XX/zx)]$	$-(\sqrt{10}/4)[D_{Zy}(D_{Xz}^2 - D_{Yz}^2) + 2D_{Zx}(XX/yz)]$	$(\sqrt{15}/2)D_{Zz}(D_{Xz}^2 - D_{Yz}^2)$
$\mathbf{T}^{(3)}_{2a}$	$(\sqrt{10}/2)[D_{Xz}D_{Yz}D_{Zx} + D_{Zz}(XY/zx)]$	$(\sqrt{10}/2)[D_{Xz}D_{Yz}D_{Zy} + D_{Zz}(XY/yz)]$	$-(\sqrt{15})D_{Xz}D_{Yz}D_{Zz}$
$\mathbf{T}^{(3)}_{1b}$	$-(1/4)[D_{Xx}(1 - 5D_{Zz}^2) - 10D_{Xz}D_{Zx}D_{Zz}]$	$-(1/4)[D_{Xy}(1 - 5D_{Zz}^2) - 10D_{Xz}D_{Zy}D_{Zz}]$	$(\sqrt{6}/4)D_{Xz}(1 - 5D_{Zz}^2)$
$\mathbf{T}^{(3)}_{1a}$	$-(1/4)[D_{Yx}(1 - 5D_{Zz}^2) - 10D_{Yz}D_{Zx}D_{Zz}]$	$-(1/4)[D_{Yy}(1 - 5D_{Zz}^2) - 10D_{Yz}D_{Zy}D_{Zz}]$	$(\sqrt{6}/4) D_{Yz}(1 - 5D_{Zz}^2)$
$\mathbf{T}^{(3)}_0$	$(\sqrt{6}/4)D_{Xx}(1 - 5D_{Zz}^2)$	$(\sqrt{6}/4)D_{Yy}(1 - 5D_{Zz}^2)$	$-(1/2)D_{Zz}(3 - 5D_{Zz}^2)$

(4階テンソル-1) (5次元、7次元、9次元...テンソルでは ε倍になる)

	$T_{4b}^{(4)}$	$T_{4a}^{(4)}$	$T_{3b}^{(4)}$	$T_{3a}^{(4)}$
$T_{4b}^{(4)}$	$(1/8)\{1 + 6D_{Zz}^2 + D_{Zz}^4 - 8(XX/xy)^2 - 8(XY/xx)^2\}$	$(1/2)\{D_{Zx}D_{Zy}(D_{Zx}^2 - D_{Zy}^2) - 4(XX/xy)(XX/xx)\}$	$(\sqrt{2}/4)\{2(XX/zx)[(D_{Xz}^2 - D_{Yz}^2) + 4(XX/xx)] + D_{Zx}D_{Zz}[5 - D_{Zz}^2 - 2(D_{Zx}^2 - D_{Zy}^2)]\}$	$(\sqrt{2}/4)\{2(XX/yz)[(D_{Xz}^2 - D_{Yz}^2) - 4(XX/xx)] + D_{Zy}D_{Zz}[5 - D_{Zz}^2 + 2(D_{Zx}^2 - D_{Zy}^2)]\}$
$T_{4a}^{(4)}$	$(1/2)\{D_{Xz}D_{Yz}(D_{Xz}^2 - D_{Yz}^2) - 4(XX/xx)(XY/xx)\}$	$-(1/2)\{D_{Zz}^2(1 + D_{Zz}^2) - 4(XY/xy)(XX/xx)\}$	$(\sqrt{2}/4)\{(XY/zx)[(D_{Xz}^2 - D_{Yz}^2) - 8(XX/xx)] - 6D_{Xz}D_{Yz}(XX/zx) - 2\varepsilon D_{Zy}[1 + D_{Zz}^2 - (D_{Zx}^2 - D_{Zy}^2)]\}$	$(\sqrt{2}/4)\{(XY/yz)[(D_{Xz}^2 - D_{Yz}^2) + 8(XX/xx)] - 6D_{Xz}D_{Yz}(XX/yz) + 2\varepsilon D_{Zx}[1 + D_{Zz}^2 + (D_{Zx}^2 - D_{Zy}^2)]\}$
$T_{3b}^{(4)}$	$(\sqrt{2}/4)\{2(XZ/xx)[(D_{Zx}^2 - D_{Zy}^2) + 4(XX/xx)] + D_{Xz}D_{Zz}[5 - D_{Zz}^2 - 2(D_{Xz}^2 - D_{Yz}^2)]\}$	$(\sqrt{2}/4)\{(ZX/xy)[(D_{Zx}^2 - D_{Zy}^2) - 8(XX/xx)] - 6D_{Zx}D_{Zy}(ZX/xx) - 2\varepsilon D_{Yz}[1 + D_{Zz}^2 - (D_{Xz}^2 - D_{Yz}^2)]\}$	$(1/4)\{(ZX/zx)[11 + 2D_{Zz}^2 + 16(XX/xx) + 4(D_{Xz}^2 - D_{Yz}^2) + 4(D_{Zx}^2 - D_{Zy}^2)] + \varepsilon D_{Yy}[8 - 25D_{Zz}^2 - 8(XX/xx) + 10(D_{Xz}^2 - D_{Yz}^2) + 10(D_{Zx}^2 - D_{Zy}^2)]\}$	$(1/4)\{(ZX/yz)[11 + 2D_{Zz}^2 - 16(XX/xx) + 4(D_{Xz}^2 - D_{Yz}^2) - 4(D_{Zx}^2 - D_{Zy}^2)] - \varepsilon D_{Yx}[8 - 25D_{Zz}^2 + 8(XX/xx) + 10(D_{Xz}^2 - D_{Yz}^2) - 10(D_{Zx}^2 - D_{Zy}^2)]\}$
$T_{3a}^{(4)}$	$(\sqrt{2}/4)\{2(YZ/xx)[(D_{Zx}^2 - D_{Zy}^2) - 4(XX/xx)] + D_{Yz}D_{Zz}[5 - D_{Zz}^2 + 2(D_{Xz}^2 - D_{Yz}^2)]\}$	$(\sqrt{2}/4)\{(YZ/xy)[(D_{Zx}^2 - D_{Zy}^2) + 8(XX/xx)] - 6D_{Zx}D_{Zy}(YZ/xx) + 2\varepsilon D_{Xz}[1 + D_{Zz}^2 + (D_{Xz}^2 - D_{Yz}^2)]\}$	$(1/4)\{(YZ/zx)[11 + 2D_{Zz}^2 - 16(XX/xx) - 4(D_{Xz}^2 - D_{Yz}^2) + 4(D_{Zx}^2 - D_{Zy}^2)] - \varepsilon D_{Xy}[8 - 25D_{Zz}^2 + 8(XX/xx) - 10(D_{Xz}^2 - D_{Yz}^2) + 10(D_{Zx}^2 - D_{Zy}^2)]\}$	$(1/4)\{(YZ/yz)[11 + 2D_{Zz}^2 + 16(XX/xx) - 4(D_{Xz}^2 - D_{Yz}^2) - 4(D_{Zx}^2 - D_{Zy}^2)] + \varepsilon D_{Xx}[8 - 25D_{Zz}^2 - 8(XX/xx) - 10(D_{Xz}^2 - D_{Yz}^2) - 10(D_{Zx}^2 - D_{Zy}^2)]\}$
$T_{2b}^{(4)}$	$(\sqrt{7}/2)\{2D_{Zx}D_{Zy}(XX/xy) - (D_{Zx}^2 - D_{Zy}^2)(XX/xx)\}$	$(\sqrt{7}/2)\{2D_{Zx}D_{Zy}(XX/xx) + (D_{Zx}^2 - D_{Zy}^2)(XX/xy)\}$	$-(\sqrt{14}/4)\{(XX/zx)[1 + D_{Zz}^2 + 2(D_{Zx}^2 - D_{Zy}^2)] + D_{Zx}D_{Zz}[4(XX/xx) + (D_{Xz}^2 - D_{Yz}^2)]\}$	$-(\sqrt{14}/4)\{(XX/yz)[1 + D_{Zz}^2 - 2(D_{Zx}^2 - D_{Zy}^2)] - D_{Zy}D_{Zz}[4(XX/xx) - (D_{Xz}^2 - D_{Yz}^2)]\}$
$T_{2a}^{(4)}$	$(\sqrt{7}/2)\{D_{Xz}D_{Yz}(1 + D_{Zz}^2) - 2(D_{Zx}^2 - D_{Zy}^2)(XY/xx)\}$	$(\sqrt{7}/2)\{2D_{Zx}D_{Zy}(XY/xx) + (D_{Zx}^2 - D_{Zy}^2)(XY/xy)\}$	$-(\sqrt{14}/4)\{(XY/zx)[1 + D_{Zz}^2 + 2(D_{Zx}^2 - D_{Zy}^2)] + D_{Zx}D_{Zz}[4(XY/xx) + 2D_{Xz}D_{Yz}]\}$	$-(\sqrt{14}/4)\{(XY/yz)[1 + D_{Zz}^2 - 2(D_{Zx}^2 - D_{Zy}^2)] - D_{Zy}D_{Zz}[4(XY/xx) - 2D_{Xz}D_{Yz}]\}$
$T_{1b}^{(4)}$	$(\sqrt{14}/4)\{D_{Xz}D_{Zz}(1 - D_{Zz}^2) + 2(D_{Zx}^2 - D_{Zy}^2)(ZX/xx)\}$	$-(\sqrt{14}/4)\{(ZX/xy)(D_{Zx}^2 - D_{Zy}^2) + 2(D_{Zx}D_{Zy})(ZX/xx)\}$	$-(\sqrt{7}/4)\{(ZX/zx)[1 - D_{Zz}^2 - 2(D_{Zx}^2 - D_{Zy}^2)] - D_{Zx}D_{Zz}[4(ZX/xx) + 2D_{Xz}D_{Zz}]\}$	$-(\sqrt{7}/4)\{(ZX/yz)[1 - D_{Zz}^2 + 2(D_{Zx}^2 - D_{Zy}^2)] + D_{Zy}D_{Zz}[4(ZX/xx) - 2D_{Xz}D_{Zz}]\}$
$T_{1a}^{(4)}$	$(\sqrt{14}/4)\{D_{Yz}D_{Zz}(1 - D_{Zz}^2) + 2(D_{Zx}^2 - D_{Zy}^2)(YZ/xx)\}$	$-(\sqrt{14}/4)\{(YZ/xy)(D_{Zx}^2 - D_{Zy}^2) + 2(D_{Zx}D_{Zy})(YZ/xx)\}$	$-(\sqrt{7}/4)\{(YZ/zx)[1 - D_{Zz}^2 - 2(D_{Zx}^2 - D_{Zy}^2)] - D_{Zx}D_{Zz}[4(YZ/xx) + 2D_{Yz}D_{Zz}]\}$	$-(\sqrt{7}/4)\{(YZ/yz)[1 - D_{Zz}^2 + 2(D_{Zx}^2 - D_{Zy}^2)] + D_{Zy}D_{Zz}[4(YZ/xx) - 2D_{Yz}D_{Zz}]\}$
$T_0^{(4)}$	$-(\sqrt{35}/8)[(1 - D_{Zz}^2)^2 - 8D_{Zx}^2D_{Zy}^2]$	$(\sqrt{35}/2)D_{Zx}D_{Zy}(D_{Zx}^2 - D_{Zy}^2)$	$(\sqrt{70}/4)D_{Zx}D_{Zz}[1 - D_{Zz}^2 - 2(D_{Zx}^2 - D_{Zy}^2)]$	$(\sqrt{70}/4)D_{Zy}D_{Zz}[1 - D_{Zz}^2 + 2(D_{Zx}^2 - D_{Zy}^2)]$

(4階テンソル-2) (5次元、7次元、9次元...テンソルでは ε倍になる)

	$T_{2b}^{(4)}$	$T_{2a}^{(4)}$	$T_{1b}^{(4)}$	$T_{1a}^{(4)}$	$T_0^{(4)}$
$T_{4b}^{(4)}$	$(\sqrt{7}/2)\{2D_{Xz}D_{Yz}(XY/xx) - (D_{Xz}^2 - D_{Yz}^2)(XX/xx)\}$	$(\sqrt{7}/2)\{D_{Zx}D_{Zy}(1 + D_{Zz}^2) - 2(D_{Xz}^2 - D_{Yz}^2)(XX/xy)\}$	$(\sqrt{14}/4)\{(XX/zx)(D_{Xz}^2 - D_{Yz}^2) - 2D_{Xz}D_{Yz}(XY/zx)\}$	$(\sqrt{14}/4)\{((XX/yz)(D_{Xz}^2 - D_{Yz}^2) - 2D_{Xz}D_{Yz}(XY/yz)\}$	$-(\sqrt{35}/8)[(1 - D_{Zz}^2)^2 - 8D_{Xz}^2D_{Yz}^2]$
$T_{4a}^{(4)}$	$(\sqrt{7}/2)\{2D_{Xz}D_{Yz}(XX/xx) + (D_{Xz}^2 - D_{Yz}^2)(XY/xx)\}$	$(\sqrt{7}/2)\{2D_{Xz}D_{Yz}(XX/xy) + (D_{Xz}^2 - D_{Yz}^2)(XY/xy)\}$	$(\sqrt{14}/4)\{(XY/zx)(D_{Xz}^2 - D_{Yz}^2) + 2D_{Xz}D_{Yz}(XX/zx)\}$	$-(\sqrt{14}/4)\{((XY/yz)(D_{Xz}^2 - D_{Yz}^2) + 2D_{Xz}D_{Yz}(XX/yz)\}$	$(\sqrt{35}/2)D_{Xz}D_{Yz}(D_{Xz}^2 - D_{Yz}^2)$
$T_{3b}^{(4)}$	$-(\sqrt{14}/4)\{(XZ/xx)[1 + D_{Zz}^2 + 2(D_{Xz}^2 - D_{Yz}^2)] + D_{Xz}D_{Zz}[4(XX/xx) + (D_{Zx}^2 - D_{Zy}^2)]\}$	$-(\sqrt{14}/4)\{(ZX/xy)[1 + D_{Zz}^2 + 2(D_{Xz}^2 - D_{Yz}^2)] + D_{Xz}D_{Zz}[4(XX/xy) + 2(D_{Zx}^2 - D_{Zy}^2)]\}$	$-(\sqrt{7}/4)\{(ZX/zx)[1 - D_{Zz}^2 - 2(D_{Xz}^2 - D_{Yz}^2)] - D_{Xz}D_{Zz}[4(XX/zx) + 2D_{Zx}D_{Zz}]\}$	$-(\sqrt{7}/4)\{(ZX/yz)[1 - D_{Zz}^2 - 2(D_{Xz}^2 - D_{Yz}^2)] - D_{Xz}D_{Zz}[4(XX/yz) + 2D_{Zy}D_{Zz}]\}$	$(\sqrt{70}/4)D_{Xz}D_{Zz}[1 - D_{Zz}^2 - 2(D_{Xz}^2 - D_{Yz}^2)]$
$T_{3a}^{(4)}$	$-(\sqrt{14}/4)\{(YZ/xx)[1 + D_{Zz}^2 - 2(D_{Xz}^2 - D_{Yz}^2)] - D_{Yz}D_{Zz}[4(XX/xx) - (D_{Zx}^2 - D_{Zy}^2)]\}$	$-(\sqrt{14}/4)\{(YZ/xy)[1 + D_{Zz}^2 - 2(D_{Xz}^2 - D_{Yz}^2)] - D_{Yz}D_{Zz}[4(XX/xy) - 2D_{Zx}D_{Zz}]\}$	$-(\sqrt{7}/4)\{(YZ/zx)[1 - D_{Zz}^2 + 2(D_{Xz}^2 - D_{Yz}^2)] + D_{Yz}D_{Zz}[4(XX/zx) - 2D_{Zx}D_{Zz}]\}$	$-(\sqrt{7}/4)\{(YZ/yz)[1 - D_{Zz}^2 + 2(D_{Xz}^2 - D_{Yz}^2)] + D_{Yz}D_{Zz}[4(XX/yz) - 2D_{Zy}D_{Zz}]\}$	$(\sqrt{70}/4)D_{Yz}D_{Zz}[1 - D_{Zz}^2 + 2(D_{Xz}^2 - D_{Yz}^2)]$
$T_{2b}^{(4)}$	$(1/4)\{7(D_{Zx}^2 - D_{Zy}^2)(D_{Xz}^2 - D_{Yz}^2) + 2(7D_{Zz}^2 - 5)(XX/xx)\}$	$(1/2)\{7D_{Zx}D_{Zy}(D_{Xz}^2 - D_{Yz}^2) - (5 - 7D_{Zz}^2)(XX/xy)\}$	$(\sqrt{2}/4)\{(1 - 7D_{Zz}^2)(XX/zx) - 7D_{Zx}D_{Zz}(D_{Xz}^2 - D_{Yz}^2)\}$	$(\sqrt{2}/4)\{(1 - 7D_{Zz}^2)(XX/yz) - 7D_{Zy}D_{Zz}(D_{Xz}^2 - D_{Yz}^2)\}$	$-(\sqrt{5}/4)(1 - 7D_{Zz}^2)(D_{Xz}^2 - D_{Yz}^2)$
$T_{2a}^{(4)}$	$(1/2)\{7D_{Xz}D_{Yz}(D_{Zx}^2 - D_{Zy}^2) - (5 - 7D_{Zz}^2)(XY/xx)\}$	$(1/2)\{14D_{Xz}D_{Yz}D_{Zx}D_{Zy} - (5 - 7D_{Zz}^2)(XY/xy)\}$	$(\sqrt{2}/4)\{(1 - 7D_{Zz}^2)(XY/zx) - 14D_{Xz}D_{Yz}D_{Zx}D_{Zz}\}$	$(\sqrt{2}/4)\{(1 - 7D_{Zz}^2)(XY/yz) - 14D_{Xz}D_{Yz}D_{Zy}D_{Zz}\}$	$-(\sqrt{5}/2)(1 - 7D_{Zz}^2)D_{Xz}D_{Yz}$
$T_{1b}^{(4)}$	$(\sqrt{2}/4)\{(1 - 7D_{Zz}^2)(ZX/xx) - 7D_{Xz}D_{Zz}(D_{Zx}^2 - D_{Zy}^2)\}$	$(\sqrt{2}/4)\{(1 - 7D_{Zz}^2)(ZX/xy) - 14D_{Xz}D_{Zx}D_{Zy}D_{Zz}\}$	$-(1/4)\{(3 - 7D_{Zz}^2)(ZX/zx) - 14D_{Xz}D_{Zx}D_{Zz}^2\}$	$-(1/4)\{(3 - 7D_{Zz}^2)(ZX/yz) - 14D_{Xz}D_{Zy}D_{Zz}^2\}$	$(\sqrt{10}/4)(3 - 7D_{Zz}^2)D_{Xz}D_{Zz}$
$T_{1a}^{(4)}$	$(\sqrt{2}/4)\{(1 - 7D_{Zz}^2)(YZ/xx) - 7D_{Yz}D_{Zz}(D_{Zx}^2 - D_{Zy}^2)\}$	$(\sqrt{2}/4)\{(1 - 7D_{Zz}^2)(YZ/xy) - 14D_{Yz}D_{Zx}D_{Zy}D_{Zz}\}$	$(1/4)\{(3 - 7D_{Zz}^2)(YZ/zx) - 14D_{Yz}D_{Zx}D_{Zz}^2\}$	$-(1/4)\{(3 - 7D_{Zz}^2)(YZ/yz) - 14D_{Yz}D_{Zy}D_{Zz}^2\}$	$(\sqrt{10}/4)(3 - 7D_{Zz}^2)D_{Yz}D_{Zz}$
$T_0^{(4)}$	$-(\sqrt{5}/4)(1 - 7D_{Zz}^2)(D_{Zx}^2 - D_{Zy}^2)$	$-(\sqrt{5}/2)(1 - 7D_{Zz}^2)D_{Zx}D_{Zy}$	$(\sqrt{10}/4)(3 - 7D_{Zz}^2)D_{Zx}D_{Zz}$	$(\sqrt{10}/4)(3 - 7D_{Zz}^2)D_{Zy}D_{Zz}$	$(1/8)(3 - 30D_{Zz}^2 + 35D_{Zz}^4)$

$$(AB/cd) = D_{Ac}D_{Bd} + D_{Ad}D_{Bc}, \quad (AB/xx) = D_{Ax}D_{Bx} - D_{Ay}D_{By}, \quad (XX/ab) = D_{Xa}D_{Xb} - D_{Ya}D_{Yb}, \quad (XX/xx) = (1/2)(D_{Xx}^2 + D_{Yy}^2 - D_{Xy}^2 - D_{Yx}^2)$$

座標回転（オイラー角で表したとき）における変換行列: $D = R_z(\chi) R_y(\theta) R_z(\phi)$

(1 階テンソル)

	$T_{1b}^{(1)}$	$T_{1a}^{(1)}$	$T_0^{(1)}$
$T_{1b}^{(1)}$	$\cos\chi \cos\phi \cos\theta - \sin\chi \sin\phi$	$\cos\chi \sin\phi \cos\theta + \sin\chi \cos\phi$	$-\cos\chi \sin\theta$
$T_{1a}^{(1)}$	$-\sin\chi \cos\phi \cos\theta - \cos\chi \sin\phi$	$-\sin\chi \sin\phi \cos\theta + \cos\chi \cos\phi$	$\sin\chi \sin\theta$
$T_0^{(1)}$	$\cos\phi \sin\theta$	$\sin\phi \sin\theta$	$\cos\theta$

(2 階テンソル)

	$T_{2b}^{(2)}$	$T_{2a}^{(2)}$	$T_{1b}^{(2)}$	$T_{1a}^{(2)}$	$T_0^{(2)}$
$T_{2b}^{(2)}$	$(1/4)\{\cos 2\chi \cos 2\phi (\cos 2\theta + 3) - 4\sin 2\chi \sin 2\phi \cos\theta\}$	$(1/4)\{\cos 2\chi \sin 2\phi (\cos 2\theta + 3) + 4\sin 2\chi \cos 2\phi \cos\theta\}$	$-(1/2)\{\cos 2\chi \cos\phi \sin 2\theta - 2\sin 2\chi \sin\phi \sin\theta\}$	$-(1/2)\{\cos 2\chi \sin\phi \sin 2\theta + 2\sin 2\chi \cos\phi \sin\theta\}$	$-(\sqrt{3}/4)\{\cos 2\chi (\cos 2\theta - 1)\}$
$T_{2a}^{(2)}$	$-(1/4)\{\sin 2\chi \cos 2\phi (\cos 2\theta + 3) + 4\cos 2\chi \sin 2\phi \cos\theta\}$	$-(1/4)\{\sin 2\chi \sin 2\phi (\cos 2\theta + 3) - 4\cos 2\chi \cos 2\phi \cos\theta\}$	$(1/2)\{\sin 2\chi \cos\phi \sin 2\theta + 2\cos 2\chi \sin\phi \sin\theta\}$	$(1/2)\{\sin 2\chi \sin\phi \sin 2\theta - 2\cos 2\chi \cos\phi \sin\theta\}$	$+(\sqrt{3}/4)\{\sin 2\chi (\cos 2\theta - 1)\}$
$T_{1b}^{(2)}$	$(1/2)\{\cos\chi \cos 2\phi \sin 2\theta - 2\sin\chi \sin 2\phi \sin\theta\}$	$(1/2)\{\cos\chi \sin 2\phi \sin 2\theta + 2\sin\chi \cos 2\phi \sin\theta\}$	$\cos\chi \cos\phi \cos 2\theta - \sin\chi \sin\phi \cos\theta$	$\cos\chi \sin\phi \cos 2\theta + \sin\chi \cos\phi \cos\theta$	$-(\sqrt{3}/2) \cos\chi \sin 2\theta$
$T_{1a}^{(2)}$	$-(1/2)\{\sin\chi \cos 2\phi \sin 2\theta + 2\cos\chi \sin 2\phi \sin\theta\}$	$-(1/2)\{\sin\chi \sin 2\phi \sin 2\theta - 2\cos\chi \cos 2\phi \sin\theta\}$	$-\sin\chi \cos\phi \cos 2\theta - \cos\chi \sin\phi \cos\theta$	$-\sin\chi \sin\phi \cos 2\theta + \cos\chi \cos\phi \cos\theta$	$(\sqrt{3}/2) \sin\chi \sin 2\theta$
$T_0^{(2)}$	$-(\sqrt{3}/4)\{\cos 2\phi (\cos 2\theta - 1)\}$	$-(\sqrt{3}/4)\{\sin 2\phi (\cos 2\theta - 1)\}$	$(\sqrt{3}/2) \cos\phi \sin 2\theta$	$(\sqrt{3}/2) \sin\phi \sin 2\theta$	$(1/4)(3 \cos 2\theta + 1)$

(3 階テンソル-1/2)

	$T_{3b}^{(3)}$	$T_{3a}^{(3)}$	$T_{2b}^{(3)}$	$T_{2a}^{(3)}$
$T_{3b}^{(3)}$	$(1/16)\{\cos 3\chi \cos 3\phi(\cos 3\theta + 15\cos\theta) - \sin 3\chi \sin 3\phi(6\cos 2\theta + 10)\}$	$-(1/16)\{\cos 3\chi \sin 3\phi(\cos 3\theta + 15\cos\theta) + \sin 3\chi \cos 3\phi(6\cos 2\theta + 10)\}$	$-(\sqrt{6}/16)\{\cos 3\chi \cos 2\phi(\sin 3\theta + 5\sin\theta) - \sin 3\chi \sin 2\phi(4\sin 2\theta)\}$	$(\sqrt{6}/16)\{\cos 3\chi \sin 2\phi(\sin 3\theta + 5\sin\theta) + \sin 3\chi \cos 2\phi(4\sin 2\theta)\}$
$T_{3a}^{(3)}$	$(1/16)\{\sin 3\chi \cos 3\phi(\cos 3\theta + 15\cos\theta) + \cos 3\chi \sin 3\phi(6\cos 2\theta + 10)\}$	$-(1/16)\{\sin 3\chi \sin 3\phi(\cos 3\theta + 15\cos\theta) - \cos 3\chi \cos 3\phi(6\cos 2\theta + 10)\}$	$-(\sqrt{6}/16)\{\sin 3\chi \cos 2\phi(\sin 3\theta + 5\sin\theta) + \cos 3\chi \sin 2\phi(4\sin 2\theta)\}$	$(\sqrt{6}/16)\{\sin 3\chi \sin 2\phi(\sin 3\theta + 5\sin\theta) - \cos 3\chi \cos 2\phi(4\sin 2\theta)\}$
$T_{2b}^{(3)}$	$(\sqrt{6}/16)\{\cos 2\chi \cos 3\phi(\sin 3\theta + 5\sin\theta) - \sin 2\chi \sin 3\phi(4\sin 2\theta)\}$	$-(\sqrt{6}/16)\{\cos 2\chi \sin 3\phi(\sin 3\theta + 5\sin\theta) + \sin 2\chi \cos 3\phi(4\sin 2\theta)\}$	$(1/8)\{\cos 2\chi \cos 2\phi(3\cos 3\theta + 5\cos\theta) - \sin 2\chi \sin 2\phi(8\cos 2\theta)\}$	$-(1/8)\{\cos 2\chi \sin 2\phi(3\cos 3\theta + 5\cos\theta) + \sin 2\chi \cos 2\phi(8\cos 2\theta)\}$
$T_{2a}^{(3)}$	$(\sqrt{6}/16)\{\sin 2\chi \cos 3\phi(\sin 3\theta + 5\sin\theta) + \cos 2\chi \sin 3\phi(4\sin 2\theta)\}$	$-(\sqrt{6}/16)\{\sin 2\chi \sin 3\phi(\sin 3\theta + 5\sin\theta) - \cos 2\chi \cos 3\phi(4\sin 2\theta)\}$	$(1/8)\{\sin 2\chi \cos 2\phi(3\cos 3\theta + 5\cos\theta) + \cos 2\chi \sin 2\phi(8\cos 2\theta)\}$	$-(1/8)\{\sin 2\chi \sin 2\phi(3\cos 3\theta + 5\cos\theta) - \cos 2\chi \cos 2\phi(8\cos 2\theta)\}$
$T_{1b}^{(3)}$	$(\sqrt{15}/16)\{\cos \chi \cos 3\phi(\cos 3\theta - \cos\theta) - \sin \chi \sin 3\phi(2\cos 2\theta - 2)\}$	$-(\sqrt{15}/16)\{\cos \chi \sin 3\phi(\cos 3\theta - \cos\theta) + \sin \chi \cos 3\phi(2\cos 2\theta - 2)\}$	$-(\sqrt{10}/16)\{\cos \chi \cos 2\phi(3\sin 3\theta - \sin\theta) - \sin \chi \sin 2\phi(4\sin 2\theta)\}$	$(\sqrt{10}/16)\{\cos \chi \sin 2\phi(3\sin 3\theta - \sin\theta) + \sin \chi \cos 2\phi(4\sin 2\theta)\}$
$T_{1a}^{(3)}$	$-(\sqrt{15}/16)\{\sin \chi \cos 3\phi(\cos 3\theta - \cos\theta) + \cos \chi \sin 3\phi(2\cos 2\theta - 2)\}$	$(\sqrt{15}/16)\{\sin \chi \sin 3\phi(\cos 3\theta - \cos\theta) - \cos \chi \cos 3\phi(2\cos 2\theta - 2)\}$	$(\sqrt{10}/16)\{\sin \chi \cos 2\phi(3\sin 3\theta - \sin\theta) + \cos \chi \sin 2\phi(4\sin 2\theta)\}$	$-(\sqrt{10}/16)\{\sin \chi \sin 2\phi(3\sin 3\theta - \sin\theta) - \cos \chi \cos 2\phi(4\sin 2\theta)\}$
$T_0^{(3)}$	$-(\sqrt{10}/16)\cos 3\phi(\sin 3\theta - 3\sin\theta)$	$(\sqrt{10}/16)\sin 3\phi(\sin 3\theta - 3\sin\theta)$	$-(\sqrt{15}/8)\cos 2\phi(\cos 3\theta - \cos\theta)$	$(\sqrt{15}/8)\sin 2\phi(\cos 3\theta - \cos\theta)$

(3 階テンソル-2/2)

	$\mathbf{T}_{1b}^{(3)}$	$\mathbf{T}_{1a}^{(3)}$	$\mathbf{T}_0^{(3)}$
$\mathbf{T}_{3b}^{(3)}$	$(\sqrt{15}/16)\{\cos 3\chi \cos \phi (\cos 3\theta - \cos \theta) - \sin 3\chi \sin \phi (2\cos 2\theta - 2)\}$	$(\sqrt{15}/16)\{\cos 3\chi \sin \phi (\cos 3\theta - \cos \theta) + \sin 3\chi \cos \phi (2\cos 2\theta - 2)\}$	$(\sqrt{10}/16)\cos 3\chi (\sin 3\theta - 3\sin \theta)$
$\mathbf{T}_{3a}^{(3)}$	$(\sqrt{15}/16)\{\sin 3\chi \cos \phi (\cos 3\theta - \cos \theta) + \cos 3\chi \sin \phi (2\cos 2\theta - 2)\}$	$(\sqrt{15}/16)\{\sin 3\chi \sin \phi (\cos 3\theta - \cos \theta) - \cos 3\chi \cos \phi (2\cos 2\theta - 2)\}$	$(\sqrt{10}/16)\sin 3\chi (\sin 3\theta - 3\sin \theta)$
$\mathbf{T}_{2b}^{(3)}$	$(\sqrt{10}/16)\{\cos 2\chi \cos \phi (3\sin 3\theta - \sin \theta) - \sin 2\chi \sin \phi (4\sin 2\theta)\}$	$(\sqrt{10}/16)\{\cos 2\chi \sin \phi (3\sin 3\theta - \sin \theta) + \sin 2\chi \cos \phi (4\sin 2\theta)\}$	$-(\sqrt{15}/8)\{\cos 2\chi (\cos 3\theta - \cos \theta)\}$
$\mathbf{T}_{2a}^{(3)}$	$(\sqrt{10}/16)\{\sin 2\chi \cos \phi (3\sin 3\theta - \sin \theta) + \cos 2\chi \sin \phi (4\sin 2\theta)\}$	$+(\sqrt{10}/16)\{\sin 2\chi \sin \phi (3\sin 3\theta - \sin \theta) - \cos 2\chi \cos \phi (4\sin 2\theta)\}$	$-(\sqrt{15}/8)\{\sin 2\chi (\cos 3\theta - \cos \theta)\}$
$\mathbf{T}_{1b}^{(3)}$	$(1/16)\{\cos \chi \cos \phi (15\cos 3\theta + \cos \theta) - \sin \chi \sin \phi (10\cos 2\theta + 6)\}$	$(1/16)\{\cos \chi \sin \phi (15\cos 3\theta + \cos \theta) + \sin \chi \cos \phi (10\cos 2\theta + 6)\}$	$(\sqrt{6}/16)\cos \chi (5\sin 3\theta + \sin \theta)$
$\mathbf{T}_{1a}^{(3)}$	$-(1/16)\{\sin \chi \cos \phi (15\cos 3\theta + \cos \theta) + \cos \chi \sin \phi (10\cos 2\theta + 6)\}$	$-(1/16)\{\sin \chi \sin \phi (15\cos 3\theta + \cos \theta) - \cos \chi \cos \phi (10\cos 2\theta + 6)\}$	$-(\sqrt{6}/16)\sin \chi (5\sin 3\theta + \sin \theta)$
$\mathbf{T}_0^{(3)}$	$-(\sqrt{6}/16)\cos \phi (5\sin 3\theta + \sin \theta)$	$-(\sqrt{6}/16)\sin \phi (5\sin 3\theta + \sin \theta)$	$(1/8)(5\cos 3\theta + 3\cos \theta)$

(4 階テンソル-1/3)

	$\mathbf{T}_{4b}^{(4)}$	$\mathbf{T}_{4a}^{(4)}$	$\mathbf{T}_{3b}^{(4)}$	$\mathbf{T}_{3a}^{(4)}$
$\mathbf{T}_{4b}^{(4)}$	$(1/64)\{\cos 4\chi \cos 4\phi(\cos 4\theta + 28\cos 2\theta + 35) - \sin 4\chi \sin 4\phi(8\cos 3\theta + 56\cos \theta)\}$	$-(1/64)\{\cos 4\chi \sin 4\phi(\cos 4\theta + 28\cos 2\theta + 35) + \sin 4\chi \cos 4\phi(8\cos 3\theta + 56\cos \theta)\}$	$-(\sqrt{2}/32)\{\cos 4\chi \cos 3\phi(\sin 4\theta + 14\sin 2\theta) - \sin 4\chi \sin 3\phi(6\sin 3\theta + 14\sin \theta)\}$	$(\sqrt{2}/32)\{\cos 4\chi \sin 3\phi(\sin 4\theta + 14\sin 2\theta) + \sin 4\chi \cos 3\phi(6\sin 3\theta + 14\sin \theta)\}$
$\mathbf{T}_{4a}^{(4)}$	$(1/64)\{\sin 4\chi \cos 4\phi(\cos 4\theta + 28\cos 2\theta + 35) + \cos 4\chi \sin 4\phi(8\cos 3\theta + 56\cos \theta)\}$	$-(1/64)\{\sin 4\chi \sin 4\phi(\cos 4\theta + 28\cos 2\theta + 35) - \cos 4\chi \cos 4\phi(8\cos 3\theta + 56\cos \theta)\}$	$-(\sqrt{2}/32)\{\sin 4\chi \cos 3\phi(\sin 4\theta + 14\sin 2\theta) + \cos 4\chi \sin 3\phi(6\sin 3\theta + 14\sin \theta)\}$	$(\sqrt{2}/32)\{\sin 4\chi \sin 3\phi(\sin 4\theta + 14\sin 2\theta) - \cos 4\chi \cos 3\phi(6\sin 3\theta + 14\sin \theta)\}$
$\mathbf{T}_{3b}^{(4)}$	$(\sqrt{2}/32)\{\cos 3\chi \cos 4\phi(\sin 4\theta + 14\sin 2\theta) - \sin 3\chi \sin 4\phi(6\sin 3\theta + 14\sin \theta)\}$	$-(\sqrt{2}/32)\{\cos 3\chi \sin 4\phi(\sin 4\theta + 14\sin 2\theta) + \sin 3\chi \cos 4\phi(6\sin 3\theta + 14\sin \theta)\}$	$(1/16)\{\cos 3\chi \cos 3\phi(2\cos 4\theta + 14\cos 2\theta) - \sin 3\chi \sin 3\phi(9\cos 3\theta + 7\cos \theta)\}$	$-(1/16)\{\cos 3\chi \sin 3\phi(2\cos 4\theta + 14\cos 2\theta) + \sin 3\chi \cos 3\phi(9\cos 3\theta + 7\cos \theta)\}$
$\mathbf{T}_{3a}^{(4)}$	$(\sqrt{2}/32)\{\sin 3\chi \cos 4\phi(\sin 4\theta + 14\sin 2\theta) + \cos 3\chi \sin 4\phi(6\sin 3\theta + 14\sin \theta)\}$	$-(\sqrt{2}/32)\{\sin 3\chi \sin 4\phi(\sin 4\theta + 14\sin 2\theta) - \cos 3\chi \cos 4\phi(6\sin 3\theta + 14\sin \theta)\}$	$(1/16)\{\sin 3\chi \cos 3\phi(2\cos 4\theta + 14\cos 2\theta) + \cos 3\chi \sin 3\phi(9\cos 3\theta + 7\cos \theta)\}$	$-(1/16)\{\sin 3\chi \sin 3\phi(2\cos 4\theta + 14\cos 2\theta) - \cos 3\chi \cos 3\phi(9\cos 3\theta + 7\cos \theta)\}$
$\mathbf{T}_{2b}^{(4)}$	$(\sqrt{7}/32)\{\cos 2\chi \cos 4\phi(\cos 4\theta + 4\cos 2\theta - 5) - \sin 2\chi \sin 4\phi(4\cos 3\theta - 4\cos \theta)\}$	$-(\sqrt{7}/32)\{\cos 2\chi \sin 4\phi(\cos 4\theta + 4\cos 2\theta - 5) + \sin 2\chi \cos 4\phi(4\cos 3\theta - 4\cos \theta)\}$	$-(\sqrt{14}/16)\{\cos 2\chi \cos 3\phi(\sin 4\theta + 2\sin 2\theta) - \sin 2\chi \sin 3\phi(3\sin 3\theta - \sin \theta)\}$	$(\sqrt{14}/16)\{\cos 2\chi \sin 3\phi(\sin 4\theta + 2\sin 2\theta) + \sin 2\chi \cos 3\phi(3\sin 3\theta - \sin \theta)\}$
$\mathbf{T}_{2a}^{(4)}$	$-(\sqrt{7}/32)\{\sin 2\chi \cos 4\phi(\cos 4\theta + 4\cos 2\theta - 5) + \cos 2\chi \sin 4\phi(4\cos 3\theta - 4\cos \theta)\}$	$(\sqrt{7}/32)\{\sin 2\chi \sin 4\phi(\cos 4\theta + 4\cos 2\theta - 5) - \cos 2\chi \cos 4\phi(4\cos 3\theta - 4\cos \theta)\}$	$(\sqrt{14}/16)\{\sin 2\chi \cos 3\phi(\sin 4\theta + 2\sin 2\theta) + \cos 2\chi \sin 3\phi(3\sin 3\theta - \sin \theta)\}$	$-(\sqrt{14}/16)\{\sin 2\chi \sin 3\phi(\sin 4\theta + 2\sin 2\theta) - \cos 2\chi \cos 3\phi(3\sin 3\theta - \sin \theta)\}$
$\mathbf{T}_{1b}^{(4)}$	$-(\sqrt{14}/32)\{\cos \chi \cos 4\phi(\sin 4\theta - 2\sin 2\theta) - \sin \chi \sin 4\phi(2\sin 3\theta - 6\sin \theta)\}$	$(\sqrt{14}/32)\{\cos \chi \sin 4\phi(\sin 4\theta - 2\sin 2\theta) + \sin \chi \cos 4\phi(2\sin 3\theta - 6\sin \theta)\}$	$-(\sqrt{7}/16)\{\cos \chi \cos 3\phi(2\cos 4\theta - 2\cos 2\theta) - \sin \chi \sin 3\phi(3\cos 3\theta - 3\cos \theta)\}$	$(\sqrt{7}/16)\{\cos \chi \sin 3\phi(2\cos 4\theta - 2\cos 2\theta) + \sin \chi \cos 3\phi(3\cos 3\theta - 3\cos \theta)\}$
$\mathbf{T}_{1a}^{(4)}$	$(\sqrt{14}/32)\{\sin \chi \cos 4\phi(\sin 4\theta - 2\sin 2\theta) + \cos \chi \sin 4\phi(2\sin 3\theta - 6\sin \theta)\}$	$-(\sqrt{14}/32)\{\sin \chi \sin 4\phi(\sin 4\theta - 2\sin 2\theta) - \cos \chi \cos 4\phi(2\sin 3\theta - 6\sin \theta)\}$	$(\sqrt{7}/16)\{\sin \chi \cos 3\phi(2\cos 4\theta - 2\cos 2\theta) + \cos \chi \sin 3\phi(3\cos 3\theta - 3\cos \theta)\}$	$-(\sqrt{7}/16)\{\sin \chi \sin 3\phi(2\cos 4\theta - 2\cos 2\theta) + \cos \chi \cos 3\phi(3\cos 3\theta - 3\cos \theta)\}$
$\mathbf{T}_0^{(4)}$	$(\sqrt{35}/64)\cos 4\phi(\cos 4\theta - 4\cos 2\theta + 3)$	$(\sqrt{35}/64)\sin 4\phi(\cos 4\theta - 4\cos 2\theta + 3)$	$(\sqrt{70}/32)\cos 3\phi(\sin 4\theta - 2\sin 2\theta)$	$-(\sqrt{70}/32)\sin 3\phi(\sin 4\theta - 2\sin 2\theta)$

(4 階テンソル-2/3)

	$\mathbf{T}_{2b}^{(4)}$	$\mathbf{T}_{2a}^{(4)}$	$\mathbf{T}_{1b}^{(4)}$	$\mathbf{T}_{1a}^{(4)}$
$\mathbf{T}_{4b}^{(4)}$	$(\sqrt{7/32})\{\cos 4\chi \cos 2\phi(\cos 4\theta + 4\cos 2\theta - 5) - \sin 4\chi \sin 2\phi(4\cos 3\theta - 4\cos \theta)\}$	$(\sqrt{7/32})\{\cos 4\chi \sin 2\phi(\cos 4\theta + 4\cos 2\theta - 5) + \sin 4\chi \cos 2\phi(4\cos 3\theta - 4\cos \theta)\}$	$(\sqrt{14/32})\{\cos 4\chi \cos \phi(\sin 4\theta - 2\sin 2\theta) - \sin 4\chi \sin \phi(2\sin 3\theta - 6\sin \theta)\}$	$(\sqrt{14/32})\{\cos 4\chi \sin \phi(\sin 4\theta - 2\sin 2\theta) + \sin 4\chi \cos \phi(2\sin 3\theta - 6\sin \theta)\}$
$\mathbf{T}_{4a}^{(4)}$	$(\sqrt{7/32})\{\sin 4\chi \cos 2\phi(\cos 4\theta + 4\cos 2\theta - 5) + \cos 4\chi \sin 2\phi(4\cos 3\theta - 4\cos \theta)\}$	$(\sqrt{7/32})\{\sin 4\chi \sin 2\phi(\cos 4\theta + 4\cos 2\theta - 5) - \cos 4\chi \cos 2\phi(4\cos 3\theta - 4\cos \theta)\}$	$-(\sqrt{14/32})\{\sin 4\chi \cos \phi(\sin 4\theta - 2\sin 2\theta) + \cos 4\chi \sin \phi(2\sin 3\theta - 6\sin \theta)\}$	$(\sqrt{14/32})\{\sin 4\chi \sin \phi(\sin 4\theta - 2\sin 2\theta) - \cos 4\chi \cos \phi(2\sin 3\theta - 6\sin \theta)\}$
$\mathbf{T}_{3b}^{(4)}$	$(\sqrt{14/16})\{\cos 3\chi \cos 2\phi(\sin 4\theta + 2\sin 2\theta) - \sin 3\chi \sin 2\phi(3\sin 3\theta - \sin \theta)\}$	$(\sqrt{14/16})\{\cos 3\chi \sin 2\phi(\sin 4\theta + 2\sin 2\theta) + \sin 3\chi \cos 2\phi(3\sin 3\theta - \sin \theta)\}$	$-(\sqrt{7/16})\{\cos 3\chi \cos \phi(2\cos 4\theta - 2\cos 2\theta) - \sin 3\chi \sin \phi(3\cos 3\theta - 3\cos \theta)\}$	$-(\sqrt{7/16})\{\cos 3\chi \sin \phi(2\cos 4\theta - 2\cos 2\theta) + \sin 3\chi \cos \phi(3\cos 3\theta - 3\cos \theta)\}$
$\mathbf{T}_{3a}^{(4)}$	$(\sqrt{14/16})\{\sin 3\chi \cos 2\phi(\sin 4\theta + 2\sin 2\theta) + \cos 3\chi \sin 2\phi(3\sin 3\theta - \sin \theta)\}$	$(\sqrt{14/16})\{\sin 3\chi \sin 2\phi(\sin 4\theta + 2\sin 2\theta) - \cos 3\chi \cos 2\phi(3\sin 3\theta - \sin \theta)\}$	$-(\sqrt{7/16})\{\sin 3\chi \cos \phi(2\cos 4\theta - 2\cos 2\theta) + \cos 3\chi \sin \phi(3\cos 3\theta - 3\cos \theta)\}$	$-(\sqrt{7/16})\{\sin 3\chi \sin \phi(2\cos 4\theta - 2\cos 2\theta) + \cos 3\chi \cos \phi(3\cos 3\theta - 3\cos \theta)\}$
$\mathbf{T}_{2b}^{(4)}$	$(1/16)\{\cos 2\chi \cos 2\phi(7\cos 4\theta + 4\cos 2\theta + 5) - \sin 2\chi \sin 2\phi(14\cos 3\theta + 2\cos \theta)\}$	$(1/16)\{\cos 2\chi \sin 2\phi(7\cos 4\theta + 4\cos 2\theta + 5) + \sin 2\chi \cos 2\phi(14\cos 3\theta + 2\cos \theta)\}$	$(\sqrt{2/16})\{\cos 2\chi \cos \phi(7\sin 4\theta - 2\sin 2\theta) - \sin 2\chi \sin \phi(7\sin 3\theta + 3\sin \theta)\}$	$(\sqrt{2/16})\{\cos 2\chi \sin \phi(7\sin 4\theta - 2\sin 2\theta) + \sin 2\chi \cos \phi(7\sin 3\theta + 3\sin \theta)\}$
$\mathbf{T}_{2a}^{(4)}$	$-(1/16)\{\sin 2\chi \cos 2\phi(7\cos 4\theta + 4\cos 2\theta + 5) + \cos 2\chi \sin 2\phi(14\cos 3\theta + 2\cos \theta)\}$	$-(1/16)\{\sin 2\chi \sin 2\phi(7\cos 4\theta + 4\cos 2\theta + 5) - \cos 2\chi \cos 2\phi(14\cos 3\theta + 2\cos \theta)\}$	$-(\sqrt{2/16})\{\sin 2\chi \cos \phi(7\sin 4\theta - 2\sin 2\theta) + \cos 2\chi \sin \phi(7\sin 3\theta + 3\sin \theta)\}$	$-(\sqrt{2/16})\{\sin 2\chi \sin \phi(7\sin 4\theta - 2\sin 2\theta) - \cos 2\chi \cos \phi(7\sin 3\theta + 3\sin \theta)\}$
$\mathbf{T}_{1b}^{(4)}$	$-(\sqrt{2/16})\{\cos \chi \cos 2\phi(7\sin 4\theta - 2\sin 2\theta) - \sin \chi \sin 2\phi(7\sin 3\theta + 3\sin \theta)\}$	$-(\sqrt{2/16})\{\cos \chi \sin 2\phi(7\sin 4\theta - 2\sin 2\theta) + \sin \chi \cos 2\phi(7\sin 3\theta + 3\sin \theta)\}$	$(1/16)\{\cos \chi \cos \phi(14\cos 4\theta + 2\cos 2\theta) - \sin \chi \sin \phi(7\cos 3\theta + 9\cos \theta)\}$	$(1/16)\{\cos \chi \sin \phi(14\cos 4\theta + 2\cos 2\theta) + \sin \chi \cos \phi(7\cos 3\theta + 9\cos \theta)\}$
$\mathbf{T}_{1a}^{(4)}$	$(\sqrt{2/16})\{\sin \chi \cos 2\phi(7\sin 4\theta - 2\sin 2\theta) + \cos \chi \sin 2\phi(7\sin 3\theta + 3\sin \theta)\}$	$(\sqrt{2/16})\{\sin \chi \sin 2\phi(7\sin 4\theta - 2\sin 2\theta) - \cos \chi \cos 2\phi(7\sin 3\theta + 3\sin \theta)\}$	$-(1/16)\{\sin \chi \cos \phi(14\cos 4\theta + 2\cos 2\theta) + \cos \chi \sin \phi(7\cos 3\theta + 9\cos \theta)\}$	$-(1/16)\{\sin \chi \sin \phi(14\cos 4\theta + 2\cos 2\theta) - \cos \chi \cos \phi(7\cos 3\theta + 9\cos \theta)\}$
$\mathbf{T}_0^{(4)}$	$-(\sqrt{5/32})\cos 2\phi(7\cos 4\theta - 4\cos 2\theta - 3)$	$-(\sqrt{5/32})\sin 2\phi(7\cos 4\theta - 4\cos 2\theta - 3)$	$-(\sqrt{10/32})\cos \phi(7\sin 4\theta + 2\sin 2\theta)$	$-(\sqrt{10/32})\sin \phi(7\sin 4\theta + 2\sin 2\theta)$

(4 階テンソル-3/3)

	$T_0^{(4)}$
$T_{4b}^{(4)}$	$(\sqrt{35/64})\cos 4\chi(\cos 4\theta - 4\cos 2\theta + 3)$
$T_{4a}^{(4)}$	$-(\sqrt{35/64})\sin 4\chi(\cos 4\theta - 4\cos 2\theta + 3)$
$T_{3b}^{(4)}$	$-(\sqrt{70/32})\cos 3\chi(\sin 4\theta - 2\sin 2\theta)$
$T_{3a}^{(4)}$	$-(\sqrt{70/32})\sin 3\chi(\sin 4\theta - 2\sin 2\theta)$
$T_{2b}^{(4)}$	$-(\sqrt{5/32})\cos 2\chi(7\cos 4\theta - 4\cos 2\theta - 3)$
$T_{2a}^{(4)}$	$(\sqrt{5/32})\sin 2\chi(7\cos 4\theta - 4\cos 2\theta - 3)$
$T_{1b}^{(4)}$	$(\sqrt{10/32})\cos \chi(7\sin 4\theta + 2\sin 2\theta)$
$T_{1a}^{(4)}$	$-(\sqrt{10/32})\sin \chi(7\sin 4\theta + 2\sin 2\theta)$
$T_0^{(4)}$	$(1/64)(35\cos 4\theta + 20 \cos 2\theta + 9)$