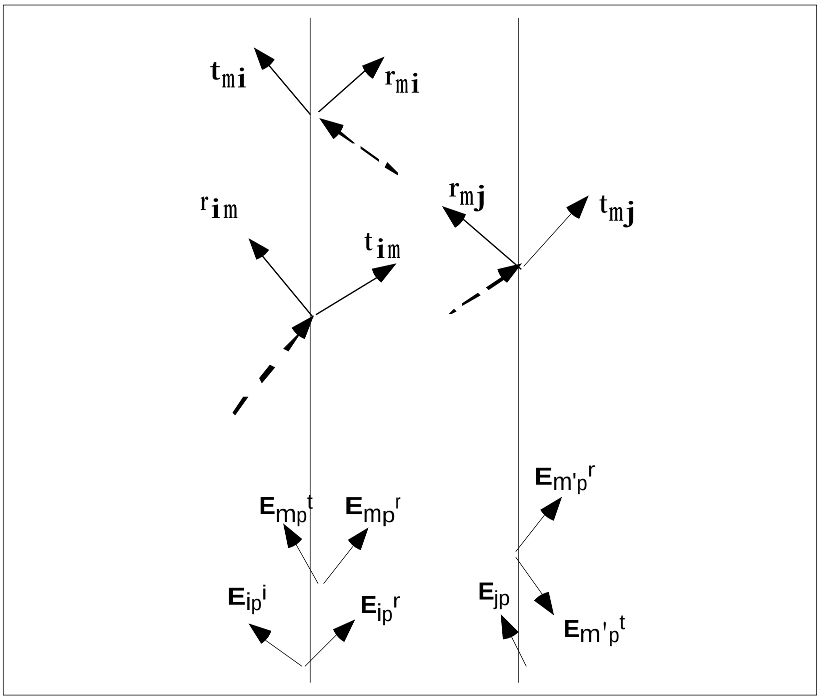
付録 C：(20)式の拡張（屈折率による式と多重反射の取り込み）

下図に示すように、関連する光の反射率 r や透過率 t を「もと」と「結果」を下付きにして表す。反射率の下付きは、考えている光がある側の媒質と反射する境界面を作る相手側の媒質の順に示し、透過率の下付きは、入射側の媒質と透過側の媒質を順に示す。



多重反射を考慮して、膜界面の両側の電場について進行方向を区別して得られる式は、次のようになる。

$$E_\mathrm{i}^{\ \mathrm{r}} = [r_\mathrm{im} + t_\mathrm{im}r_\mathrm{mj}t_\mathrm{mi} + t_\mathrm{im}(r_\mathrm{mj}^{\ 2}r_\mathrm{mi} + r_\mathrm{mj}^{\ 3}r_\mathrm{mi}^{\ 2} + \ldots)t_\mathrm{mi}]\ E_\mathrm{i}^{\ \mathrm{i}}$$
$$E_\mathrm{m}^{\ \mathrm{t}} = [1 + r_\mathrm{mj}r_\mathrm{mi} + (r_\mathrm{mj}r_\mathrm{mi})^2 + \ldots]t_\mathrm{im}E_\mathrm{i}^{\ \mathrm{i}}$$
$$E_\mathrm{m}^{\ \mathrm{r}} = [1 + r_\mathrm{mj}r_\mathrm{mi} + (r_\mathrm{mj}r_\mathrm{mi})^2 + \ldots]t_\mathrm{im}r_\mathrm{mj}E_\mathrm{i}^{\ \mathrm{i}}$$
$$E_\mathrm{j}^{\ \mathrm{t}} = [1 + r_\mathrm{mj}r_\mathrm{mi} + (r_\mathrm{mj}r_\mathrm{mi})^2 + \ldots]t_\mathrm{im}t_\mathrm{mj}E_\mathrm{i}^{\ \mathrm{i}}$$

$r_\mathrm{im} = -r_\mathrm{mi}$、 $r_\mathrm{im}^{\ 2} + t_\mathrm{im}^{\ 2} = 1$ の関係を使い、さらに厚み方向での光路さも考慮するときには、$\beta = (2\pi/\lambda_0)nd\cos\theta_\mathrm{m}$ として、下式が得られる。

$$E_i^{\ r} = E_i^{\ i}\frac{r_{im} + r_{mj}e^{2i\beta}}{1 + r_{im}r_{mj}e^{2i\beta}}$$

$$E_i^{\ r} = E_i^{\ i}\frac{t_{im}t_{mj}e^{i\beta}}{1 + r_{im}r_{mj}e^{2i\beta}}$$

$$E_m{}^t = E_i{}^i \frac{t_{im}}{1+r_{im}r_{mj}e^{2i\beta}}, \qquad E_{m'}{}^t = E_i{}^i \frac{t_{im}e^{i\beta}}{1+r_{im}r_{mj}e^{2i\beta}}$$

$$E_m{}^r = E_i{}^i \frac{t_{im}r_{mj}e^{2i\beta}}{1+r_{im}r_{mj}e^{2i\beta}}, \qquad E_{m'}{}^r = E_i{}^i \frac{t_{im}r_{mj}e^{i\beta}}{1+r_{im}r_{mj}e^{2i\beta}}$$

さて、反射率と透過率は下で与えれれる。

（s 偏光）

$r_{im} = (k_{iz} - k_{mz})/(k_{iz} + k_{mz})$, $\qquad r_{mj} = (k_{mz} - k_{jz})/(k_{mz} + k_{jz})$

$t_{im} = 2k_{iz}/(k_{iz} + k_{mz})$, $\qquad t_{mj} = 2k_{mz}/(k_{mz} + k_{jz})$

$t_{mi} = 2k_{mz}/(k_{iz} + k_{mz})$, $\qquad t_{jm} = 2k_{jz}/(k_{mz} + k_{jz})$

（p 偏光）

$r_{im} = (\varepsilon_i k_{mz} - \varepsilon_m k_{iz})/(\varepsilon_m k_{iz} + \varepsilon_i k_{mz}) = (k_i\cos\theta_m - k_m\cos\theta_i)/(k_m\cos\theta_i + k_i\cos\theta_m)$

$r_{mj} = (\varepsilon_j k_{mz} - \varepsilon_m k_{jz})/(\varepsilon_j k_{mz} + \varepsilon_m k_{jz})$

$t_{im} = 2\varepsilon_i k_m\cos\theta_i/(\varepsilon_m k_{iz} + \varepsilon_i k_{mz}) = 2k_i\cos\theta_i/(2k_m\cos\theta_i + k_i\cos\theta_m)$

$t_{mj} = 2\varepsilon_m k_i\cos\theta_m/(\varepsilon_j k_{mz} + \varepsilon_m k_{jz})$

$t_{mi} = 2\varepsilon_m k_i\cos\theta_m/(\varepsilon_m k_{iz} + \varepsilon_i k_{mz}) = 2k_m\cos\theta_m/(k_m\cos\theta_i + k_i\cos\theta_m)$

$r_{jm} = 2\varepsilon_m k_{jz}/(\varepsilon_j k_{mz} + \varepsilon_m k_{jz})$

(B2) 式より得られる関係式は、次のように表すことが出来る。

$$E_{my}{}^t = E_{jy}{}^t \frac{k_{mz}+k_{jz}}{2k_{mz}} = E_{iy}{}^i \frac{k_{iz}(k_{mz}+k_{jz})}{(k_{mz}+k_{jz})} = E_{iy}{}^i \frac{t_{im}}{1+r_{im}r_{mj}}$$
$$E_{my}{}^r = E_{jy}{}^t \frac{k_{mz}-k_{jz}}{2k_{mz}} = E_{iy}{}^i \frac{k_{iz}(k_{mz}-k_{jz})}{(k_{mz}+k_{jz})} = E_{iy}{}^i \frac{t_{im}r_{mj}}{1+r_{im}r_{mj}}$$

(B4) 式より得られる関係式は、次のように表すことが出来る。

$$E_{mp}{}^t = E_{jp}{}^t \frac{k_m\cos\theta_j + k_j\cos\theta_m}{2k_m\cos\theta_m} = E_{ip}{}^i \frac{\varepsilon_i\cos\theta_i(k_m\cos\theta_j + k_j\cos\theta_m)}{k_{mz}(\varepsilon_j k_{iz} + \varepsilon_i k_{jz})} = E_{ip}{}^i \frac{t_{im}}{1+r_{im}r_{mj}}$$
$$E_{mp}{}^r = E_{jp}{}^t \frac{k_m\cos\theta_j - k_j\cos\theta_m}{2k_m\cos\theta_m} = E_{ip}{}^i \frac{\varepsilon_i\cos\theta_i(k_m\cos\theta_j - k_j\cos\theta_m)}{k_{mz}(\varepsilon_j k_{iz} + \varepsilon_i k_{jz})} = E_{ip}{}^i \frac{t_{im}r_{mj}}{1+r_{im}r_{mj}}$$

これらの式は、多重反射を考慮した式で膜厚をゼロにしたときの極限と一致する。